

**UNIVERSITÉ DU QUÉBEC**

**GÉNÉRATION ET PROPAGATION D'ONDES BAROTROPES DANS  
LE BASSIN DE FOXE, LE DÉTROIT ET LA BAIE D'HUDSON**

**MÉMOIRE**

**PRÉSENTÉ À**

**L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À RIMOUSKI**

**comme exigence partielle de la**

**M. Sc. (océanographie)**

**PAR**

**PIERRE ST-LAURENT**

**17 NOVEMBRE 2006**

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À RIMOUSKI  
Service de la bibliothèque

Avertissement

La diffusion de ce mémoire ou de cette thèse se fait dans le respect des droits de son auteur, qui a signé le formulaire « *Autorisation de reproduire et de diffuser un rapport, un mémoire ou une thèse* ». En signant ce formulaire, l'auteur concède à l'Université du Québec à Rimouski une licence non exclusive d'utilisation et de publication de la totalité ou d'une partie importante de son travail de recherche pour des fins pédagogiques et non commerciales. Plus précisément, l'auteur autorise l'Université du Québec à Rimouski à reproduire, diffuser, prêter, distribuer ou vendre des copies de son travail de recherche à des fins non commerciales sur quelque support que ce soit, y compris l'Internet. Cette licence et cette autorisation n'entraînent pas une renonciation de la part de l'auteur à ses droits moraux ni à ses droits de propriété intellectuelle. Sauf entente contraire, l'auteur conserve la liberté de diffuser et de commercialiser ou non ce travail dont il possède un exemplaire.



## **Remerciements**

L'auteur voudrait d'abord remercier ses directeurs, les professeurs Jean-François Dumais et François Saucier. Tout au long du projet, ils ont fait preuve d'un enthousiasme, d'une générosité et d'une confiance remarquables.

L'auteur remercie également les professeurs Chris Garrett et Vladimir Koutitonsky qui ont accepté d'être examinateur externe et président du jury, respectivement.

Il est essentiel d'aussi mentionner le soutien offert par les gens du laboratoire, soutien qui a été fort apprécié.

Finalement, l'auteur remercie Therese Herron du Service Hydrographique du Canada, qui a généreusement fourni les mesures de pression de Leaf Basin (baie d'Ungava) effectuées par Dave DeWolfe.

## Résumé

La propagation de l'onde de marée  $M_2$  est étudiée dans une mer bordière du Canada, la baie d'Hudson. L'étude examine particulièrement la dissipation mécanique de l'onde, sous la glace et au fond, ainsi que la validité des équations de Laplace. Les modes normaux voisins de  $M_2$  ont été calculés dans un domaine fermé comprenant le système de la baie d'Hudson et une partie de l'Atlantique. Avec la prise en compte de la friction au fond, les équations de marée de Laplace (*i.e.* barotropes et linéaires) mènent à un mode normal voisin de  $M_2$  (14,6 h) reproduisant bien à lui seul les observations et les précédents modèles. L'écoulement associé au mode est essentiellement représentable avec un simple potentiel de vitesse (champ de courant irrotationnel). La vorticité du mode n'est importante qu'à l'entrée du bassin de Foxe où se forme une gyre tidale. La partie du mode correspondant à la baie d'Hudson montre un stockage de 12 000 TJ dans l'onde avec un partitionnement  $\frac{K}{V} \approx 0,7$  et un facteur de qualité dissipatif  $Q_D = 5$ . Une dissipation au fond de 288 GW (en accord avec les estimations satellitaires) est modélisée, cette dissipation ayant principalement lieu dans les hauts-fonds de la rive est du bassin de Foxe. Le mode montre une oscillation quart de longueur d'onde et des marnages de quatre mètres dans la baie d'Ungava. Ce résultat est près du marnage observé de cinq mètres dans un petit bassin au sud-ouest de la baie d'Ungava (Leaf Basin). Le calcul des modes pour un domaine limité à la baie d'Ungava montre, comme dans le mode de période 14,6 h, une onde stationnaire quart de longueur d'onde avec une période de 10,6 h. Des observations montrent un cycle saisonnier d'amortissement et/ou de déphasage de l'onde  $M_2$  sous la couverture de glace, l'amortissement étant maximal en décembre dans le bassin de Foxe et en mars dans la baie d'Hudson. Un modèle numérique tridimensionnel (couplé à un modèle dynamique-thermodynamique de glace de mer) reproduit plusieurs éléments observés sauf dans la baie d'Hudson où la friction est surestimée ( $C_{DIO} = 4,5 \times 10^{-3}$ ). La friction glacielle modélisée représente en moyenne 37,6 GW du 1er déc. au 31 mai, soit 13 % de la friction moyenne au fond. L'amortissement observé de l'onde  $M_2$  signifie que la friction glacielle représente une friction supplémentaire à celle du fond. La friction due aux glaces est surtout importante ( $0,1 \text{ W m}^{-2}$ ) dans le nord et l'est du bassin de Foxe, dans la baie d'Ungava et dans la baie James.

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
1.1	Hypothèses . . . . .	7
1.2	Objectif . . . . .	9
<b>2</b>	<b>Méthode</b>	<b>10</b>
2.1	Observations . . . . .	10
2.2	Modèles numériques . . . . .	11
2.2.1	Le modèle de S04 . . . . .	11
2.2.2	Le modèle harmonique . . . . .	12
2.3	Analyse des résultats . . . . .	15
2.3.1	Analyses harmoniques . . . . .	15
<b>3</b>	<b>Oscillation modale de l'onde <math>M_2</math></b>	<b>18</b>
3.1	Introduction . . . . .	18
3.2	Résultats . . . . .	21
3.2.1	La phase de la surface . . . . .	21
3.2.2	L'amplitude de la surface . . . . .	23

3.2.3	Les ellipses du courant horizontal . . . . .	25
3.2.4	La phase du courant horizontal . . . . .	26
3.2.5	Divergence et circulation . . . . .	27
3.3	Discussion . . . . .	32
<b>4</b>	<b>Énergie associée à l'onde <math>M_2</math></b>	<b>34</b>
4.1	Introduction . . . . .	34
4.2	Résultats . . . . .	36
4.2.1	La cooscillation avec l'Atlantique . . . . .	36
4.2.2	Le flux d'énergie . . . . .	39
4.2.3	La friction au fond . . . . .	41
4.2.4	La friction sous la couverture de glace . . . . .	42
4.3	Discussion . . . . .	44
<b>5</b>	<b>Les glaces de mer et l'onde <math>M_2</math></b>	<b>47</b>
5.1	Introduction . . . . .	47
5.2	Résultats . . . . .	50
5.2.1	La répartition de la dissipation sous la glace . . . . .	50
5.2.2	La propagation de $M_2$ en hiver . . . . .	53
5.2.3	Comparaison modèle–observations . . . . .	58
5.3	Discussion . . . . .	60
<b>A</b>	<b>Observations et modèles de <math>M_2</math></b>	<b>62</b>
<b>B</b>	<b>La cooscillation</b>	<b>69</b>

*TABLE DES MATIÈRES*

v

<b>C</b>	<b>L'implantation du schème de Platzman</b>	<b>72</b>
C.1	Résolution du système d'équations . . . . .	74
C.2	La friction au fond . . . . .	75
C.3	L'assemblage de la grille . . . . .	77



# Table des figures

1.1	Bathymétrie du domaine et position des stations. . . . .	2
3.1	Amplitude et phase des niveaux d'eau du mode normal. . . . .	22
3.2	Ellipse et phase des courants du mode normal. . . . .	25
3.3	Phases de $\mathbf{v}_h$ et $\eta$ pour un bassin rectangulaire plat. . . . .	27
3.4	Potentiel de vitesse $\phi$ du mode normal. . . . .	28
3.5	Fonction d'écoulement $\psi$ du mode normal. . . . .	30
3.6	Phase $\theta^\phi$ de la partie irrotationnelle du courant $(-\nabla\phi)$ . . . . .	31
4.1	Amplitude et phase superposées pour le mode normal. . . . .	37
4.2	Modes de la baie d'Ungava et du détroit d'Hudson. . . . .	38
4.3	Flux d'énergie et dissipation au fond moyens (mode normal). . . . .	39
4.4	Amplitude et phase du mode non visqueux. . . . .	41
4.5	Dissipation sous la glace en fonction du temps (S04). . . . .	43
5.1	Dissipation maximale sous la glace avec le modèle de S04. . . . .	51
5.2	Mois où $\eta_{M_2}$ est minimal ou maximal dans le modèle de S04. . . . .	52

5.3	Célérité $ v_{glace} $ minimale et concentration de glace maximale (S04).	53
5.4	Amortissement de $M_2$ sous la glace de mer dans la partie sud. . . .	54
5.5	Déphasage de l'onde $M_2$ sous la glace de mer dans la partie sud. .	55
5.6	Amortissement de $M_2$ sous la glace de mer dans la partie nord. . .	56
5.7	Déphasage de l'onde $M_2$ sous la glace de mer dans la partie nord.	57
5.8	Amplitude et phase $M_2$ aux stations sud selon le modèle de S04. .	58
5.9	Amplitude et phase $M_2$ aux stations nord selon le modèle de S04. .	60
A.1	Amplitude et phase de la marée $M_2$ globale. . . . .	63
A.2	Amplitude et phase $M_2$ d'après Freeman and Murty (1976). . . . .	64
A.3	Amplitude et phase $M_2$ d'après Chandler et al. (1985). . . . .	65
A.4	Amplitude et phase de $M_2$ pour le modèle de S04. . . . .	66
A.5	Ellipse et phase des courants $M_2$ pour le modèle de S04. . . . .	67
A.6	Flux d'énergie et dissipation au fond moyens (S04). . . . .	68

# Chapitre 1

## Introduction générale

Le système de la baie d'Hudson<sup>1</sup> est un large (1000 km<sup>2</sup>) bassin continental de l'est du Canada. Le bassin versant du SBH couvre 40 % des terres du Canada. Le bassin est donc côtier et ses eaux ont une faible profondeur typique des mers intérieures (130 m en moyenne). C'est aussi une mer bordière qui communique avec l'Atlantique (mer du Labrador et baie de Baffin) par l'extrémité est du détroit d'Hudson, large de 80 km en son embouchure (Fig. 1.1). Le détroit de Fury et Hecla est une autre ouverture vers l'extérieur (l'Arctique) de 5 km de largeur.

L'ouverture avec l'Atlantique à l'est, couplée avec d'importants apports d'eau douce (27,6 mSv en moyenne, Saucier et al. 2004a, défini S04 par la suite), forme un système estuarien. De par son étendue, cet estuaire est exclu des classifications traditionnelles adaptées à des bassins longitudinaux. Une dynamique latérale

---

<sup>1</sup>L'appellation *système de la baie d'Hudson* (SBH) fait ici référence au macro-bassin quasi-fermé qui englobe le bassin de Foxe, le détroit d'Hudson et les baies James et d'Ungava. Lorsque l'attribut «système» est absent, il est fait référence à la baie d'Hudson au sens restreint.

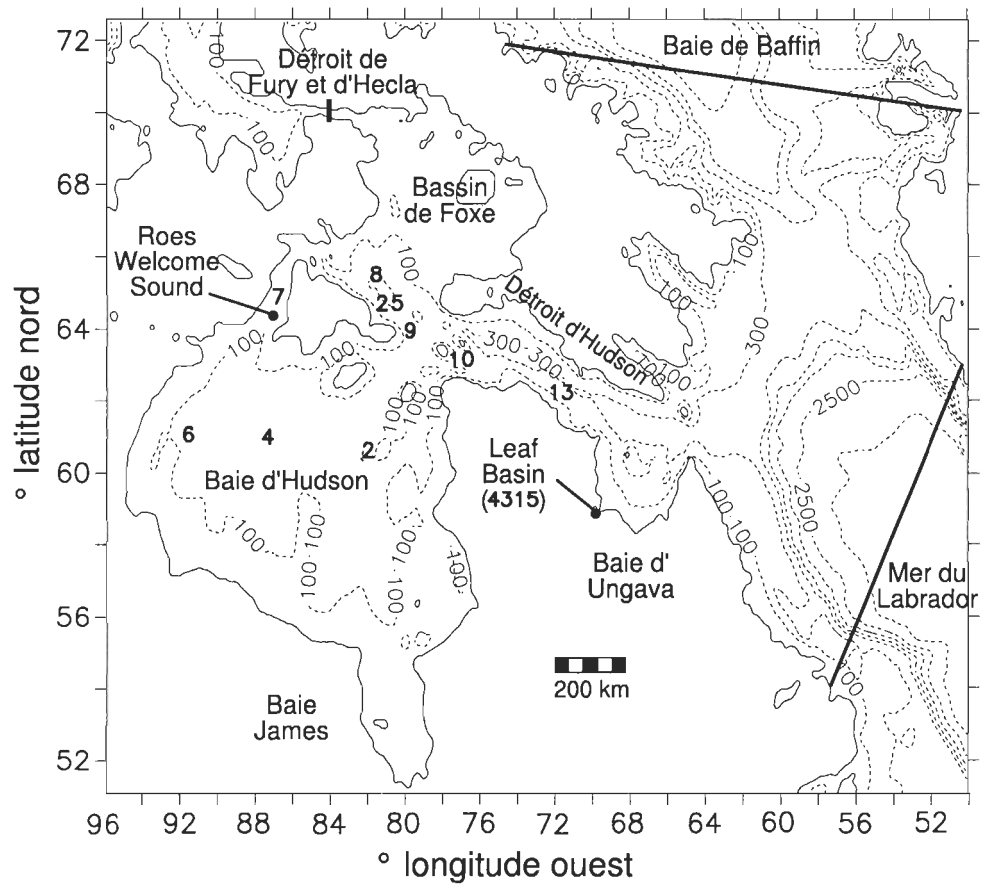


FIG. 1.1 – Bathymétrie du domaine couvert par la grille du modèle harmonique (isobathes de 100, 300, 500 m puis incréments de 500 m). Le domaine est délimité par les traits noirs. Les stations océanographiques sont indiquées par leur numéro.

importante est présente dans le bassin de Foxe et la baie d'Hudson, ces bassins présentant tous deux une circulation résiduelle cyclonique. Le détroit d'Hudson (150 km de large) présente aussi une variation latérale : les eaux douces (provenant de la baie d'Hudson) sortent près de la rive sud alors que des eaux plus salées entrent près de la rive nord (Drinkwater, 1988). Cette circulation complexe, combinée aux divisions bathymétriques naturelles, donne lieu à des masses d'eau contrastées. La baie d'Hudson est la région comportant le plus d'affluents, ses tributaires délivrant vingt fois plus d'eau douce que ceux du bassin de Foxe (Prinsenberg, 1988b). C'est d'ailleurs la baie d'Hudson qui présente la plus forte stratification devant le bassin de Foxe et le détroit d'Hudson (*cf.* Fig. 6 dans S04).

Un rôle majeur dans la stratification des masses d'eau est joué par la couverture de glace du système. La fonte estivale implique un apport de flottabilité dépassant celui associé au débit des rivières (Ingram and Prinsenberg, 1998). En fait le volume de glace du système est estimé atteindre  $2000 \text{ km}^3$  au mois de mai (S04), soit une couche d'eau douce de 1,7 m sur la surface du bassin ou un débit moyen de 63,4 mSv. Ces forts apports en eau douce pourraient rendre le système aussi stratifié que d'autres mers intérieures telle la Méditerranée. Les phénomènes les plus susceptibles de produire du mélange, et ainsi restreindre la stratification du bassin, sont les vents, les marées (Prinsenberg, 1982) et la convection hivernale associée à la formation de la glace de mer (S04).

Un précédent modèle numérique de la baie d'Hudson (Freeman and Murty 1976, rapporté par Prinsenberg and Freeman 1986) a calculé une marée  $M_2$  indépendante (astronomique) un ordre de grandeur plus faible que les oscillations for-

mées par le contact avec l'Atlantique. Ainsi le système est essentiellement cooscillant avec l'Atlantique (*cf.* annexe B) et les ondes de marée y sont libres, c'est-à-dire non entretenues pendant leur propagation dans le bassin. Cela ne signifie pas pour autant que les fréquences observées correspondent aux fréquences naturelles du système comme dans le cas d'un forçage atmosphérique. On retrouve plutôt les fréquences discrètes du forçage de la marée. L'importance relative des principaux constituants est  $M_2 : S_2 : N_2 : K_2 : K_1 : O_1 = 100 : 30 : 20 : 10 : 10 : 4$  à la station 6 (Fig. 1.1). Le nombre de forme (*cf.* Defant, 1961)  $F = (K_1 + O_1)/(M_2 + S_2) < 0,25$  indique une marée essentiellement semi-diurne.

Que la marée d'un bassin soit de type astronomique ou cooscillante, à chacun de ses constituants correspond un mouvement périodique du bassin avec des rapports d'amplitude constants (*e.g.* Platzman, 1991). Ainsi, les cartes de coamplitude et de cophase décrivent complètement l'oscillation d'un constituant. Et chacun de ces mouvements périodiques est la synthèse de l'oscillation de quelques modes normaux (*cf.* annexe B) qui eux sont complètement déterminés, à un facteur d'échelle près, par la géométrie du bassin et la rotation locale. La connaissance des modes composant l'oscillation d'un constituant donne sa structure spatiale<sup>2</sup>  $\eta(\mathbf{r}_h, t)$  et  $\mathbf{v}_h(\mathbf{r}_h, t)$ . Ainsi, Rao et al. (1976) ont quantitativement mis en relation la fréquence et la phase des niveaux d'eau observés autour du lac Michigan avec la structure de ses modes normaux.

Le vent est un autre agent du mélange des masses d'eau du bassin. Son impor-

---

<sup>2</sup>La lettre grecque  $\eta$  symbolise la perturbation de la surface (négative vers le fond) alors que les vecteurs  $\mathbf{r}_h$  et  $\mathbf{v}_h$  représentent la position et le courant dans le plan horizontal ( $h$ ). La lettre  $t$  symbolise le temps.

tance relative s'explique par l'étendue de la baie et par sa faible profondeur (130 m en moyenne). L'effet du vent est souvent obscurci dans les relevés des courantomètres car la marée domine les courants du bassin. Mais si la série temporelle est suffisamment longue, la fréquence inertielle locale peut être discriminée du signal semi-diurne. Prinsenbergh (1986) rapporte que la signature des oscillations inertielles est visible dans les relevés de surface pendant toute la période d'eaux libres de glaces. Aux environs de Churchill, l'amplitude des courants inertiels représente à cette période environ le tiers de l'amplitude des courants de marée.

L'effet des vents de longue période ( $> 125$  h) est aussi observé. Leur période est suffisante pour que le transport occasionné soit barotrope, l'amplitude ne diminuant que lentement avec la profondeur. L'amplitude des courants dus aux vents de longue période atteint 10 % des courants tidaux pendant l'été et 5 % en hiver à la station analysée par Prinsenbergh (1982, 1986). Les vents de longue période sont associés à des systèmes de tempêtes passant au dessus du bassin. Les tempêtes engendrent aussi des composantes barotropes par les gradients de pression, ceux-ci se faisant sentir même pendant la présence des glaces. Wright et al. (1987) ont montré que la fréquence des tempêtes excite le mode fondamental de la baie d'Hudson, son effet étant observé sur la côte du Labrador.

Ainsi, il n'est pas clair que les marées jouent un rôle primordial dans le comportement des masses d'eau de la baie. Le vent, les dépressions atmosphériques, le faible forçage astronomique et l'ouverture limitée avec les océans sont autant de facteurs qui diminuent l'influence relative des ondes de marée. Malgré ces faits, les observations satellitaires (Egbert and Ray, 2001) et un modèle hydrodynamique

mique global (Provost and Lyard, 1997) attribuent à la région de la baie d'Hudson la plus grande partie de la dissipation en eaux peu profondes de l'énergie de la principale onde de marée ( $M_2$ ). À plus petite échelle, un modèle tridimensionnel de la baie d'Hudson de 10 km de résolution (S04) a montré l'importance des marées pour simuler de façon réaliste le cycle saisonnier des masses d'eau de ce bassin.

Il y a donc intérêt à mieux comprendre l'onde  $M_2$  en tentant de la modéliser de la façon la plus simple qui soit. Mais la modélisation en termes de modes normaux est sujette à caution étant données les interactions de l'onde avec le milieu. La comparaison avec les observations permettra d'affirmer la nécessité de la prise en compte des interactions ou inversement la validité des approximations de Laplace (homogénéité, linéarité et hydrostaticité).

Outre l'intérêt de vérifier les hypothèses de Laplace sur la dynamique de la marée (Luther, 1983), ces questions prennent un intérêt social dans un contexte de changements climatiques. Certains scénarios (Boer et al., 2000) prévoient une baie d'Hudson libre de glace d'ici la fin de ce siècle. Il est difficile de prévoir comment la stratification de la baie évoluera dans ces conditions. La contrainte du vent et l'évaporation peuvent être plus grandes. La dissipation des courants de marée sous la couverture de glace est peut-être un processus important de diffusion des eaux douces qui disparaîtra. Dans l'optique d'un changement important à la stratification des eaux de la baie, les répercussions seraient possiblement significatives à l'échelle océanique vue la contribution de la baie au courant du Labrador (*e.g.* Ingram and Prinsenberg, 1998).



## 1.1 Hypothèses

L'hypothèse fondamentale est que le principal constituant de marée du système de la baie d'Hudson ( $M_2$ ) peut être correctement modélisé avec un mode normal obtenu des équations de Laplace en coordonnées cartésiennes. L'importance de la marée  $M_2$  observée dans cette région suggère qu'un processus de résonance est à l'oeuvre et donc qu'un mode particulier domine les autres. Si c'est le cas, un des modes calculés reproduira les principales caractéristiques de  $M_2$ . Il est attendu que la reproduction des détails de la marée  $M_2$  sera moins bonne avec le mode qu'avec un modèle de circulation traditionnel comme celui de S04. L'intention est ici de vérifier si la dynamique de  $M_2$  dans le SBH est essentiellement linéaire et barotrope. Si c'est le cas, les quantités comme l'énergie stockée dans le mode ou sa dissipation seront des approximations utiles des valeurs  $M_2$  réelles ou obtenues avec un modèle de circulation traditionnel. Lorsque des valeurs précises ou spécifiques (dissipation glacielle) seront désirées, des observations ou le modèle de S04 seront utilisés.

La deuxième hypothèse est liée à la nature du forçage de l'Atlantique où le constituant  $M_2$  domine. Il est pris pour acquis que la dominance de ce constituant permet de limiter l'analyse à celui-ci. La conséquence de cette hypothèse est la négligence des interactions entre modes. Cette hypothèse se base sur la comparaison avec les résultats du modèle de S04 qui inclut les interactions advective  $\mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v}$  et dissipative  $\boldsymbol{\tau} = \rho C_D \mathbf{v} |\mathbf{v}|$ .

La troisième hypothèse concerne l'influence de l'atmosphère. Les fluctuations

de pression et les vents de longue période, associés aux systèmes de tempêtes passant au dessus de la baie, peuvent mener à des contributions barotropes significatives. Ces contributions sont négligées dans le modèle harmonique. L'analyse spectrale des courants et des niveaux d'eau suggère que ces contributions sont soit localisées dans le temps et dans l'espace, soit faibles par rapport la marée dans la bande de fréquence d'intérêt (semi-diurne).

La quatrième hypothèse se rapporte à la nature estuarienne de la baie d'Hudson. La stratification de cet estuaire permet l'excitation de modes internes qui s'alimentent de l'énergie de marée barotrope. Les modes verticaux étant couplés aux modes horizontaux en présence d'une bathymétrie réaliste, la propagation des ondes de surface est différente dans un milieu stratifié ou dans un milieu homogène. Aussi, les gradients de pression induits par les différences de salinité produisent un courant résiduel avec lequel l'onde externe interagit. Encore une fois, la comparaison des résultats du modèle harmonique avec le modèle de S04 (qui prend en compte ces phénomènes) indique qu'ils peuvent être négligés si l'intérêt se limite à la propagation d'ondes longues de surface.

La cinquième hypothèse vient de la présence de la couverture de glace de mer, négligée dans le modèle harmonique. Les observations montrent qu'elle provoque un amortissement et un déphasage des ondes de marée. L'établissement de cartes cotidales d'hiver avec le modèle de S04 appuie l'idée que ce phénomène est significatif mais qu'il ne cause pas une déformation générale importante du patron de propagation.

## 1.2 Objectif

L'objectif de l'étude est de cerner la dynamique entourant la principale onde barotrope dans le système de la baie d'Hudson. Je chercherai à mettre en évidence les phénomènes essentiels à une reproduction numérique satisfaisante de l'onde  $M_2$ , son apport énergétique au mélange des masses d'eaux, ainsi que l'impact de la couverture glacielle sur la propagation de l'onde. Voici les questions spécifiques auxquelles l'étude veut répondre.

1. Les hypothèses de Laplace sur la dynamique tidale sont-elles adéquates pour une modélisation réaliste de  $M_2$  dans le SBH ?
2. Quelle quantité d'énergie mécanique est soustraite de l'onde barotrope, et en quels endroits cette dissipation est-elle importante ?
3. Quel est l'effet de la couverture de glace sur la propagation de la marée ?

Le chapitre suivant développera sur la méthode qui a été utilisée pour répondre à ces questions.

# **Chapitre 2**

## **Méthode**

Les questions spécifiques à l'étude sont abordées par l'analyse de nouvelles observations et par l'analyse des résultats de deux modèles numériques. Les observations proviennent de stations océanographiques positionnées dans les différentes régions du système pendant deux ans. Les résultats des modèles numériques sont comparés entre eux et avec les observations. Les modèles numériques produisent des résultats cohérents avec les observations et ont l'avantage de couvrir une large plage espace-temps.

### **2.1 Observations**

Les observations proviennent de dix stations hydrographiques disposées dans la baie d'Hudson (4 stations), le bassin de Foxe (3), le détroit d'Hudson (2) et la baie d'Ungava (1). Les stations de la baie d'Hudson couvrent la latitude centrale

et la largeur de la baie. Les stations du bassin de Foxe sont représentatives de sa partie sud. Les stations du détroit d'Hudson sont situées à l'ouest et au centre du détroit.

La station de la baie d'Ungava (station 4315) est située dans un bassin reculé dans les terres nommé Leaf Basin. Les observations pour cette station consistent en une série temporelle de niveaux d'eau fournie par le Service Hydrographique du Canada.

Les neuf autres stations correspondent aux mouillages des campagnes MÉRICA (Saucier et al., 2004b). Ces stations ont été occupées de 2003 à 2005 par des sondes de courant (ADCP, Acoustic Doppler Current Profiler) ainsi que des sondes de salinité, température et pression (CTD, Conductivity Temperature Depth). Seuls les relevés des sondes de pression des CTD sont utilisés dans ce travail. Les sondes de pression avaient des résolutions temporelles de quinze ou trente minutes, une résolution suffisante pour résoudre les phénomènes de marée d'eaux peu profondes. Les mesures de profils CTD ont subi le contrôle qualité en place à Pêches et Océans Canada.

## **2.2 Modèles numériques**

### **2.2.1 Le modèle de S04**

Le modèle numérique de S04 utilise une représentation tridimensionnelle de l'espace et des équations prognostiques semi-implicites non linéaires. Il est basé sur un schéma de Backhaus (1985) et ses approximations (hydrostaticité, Bous-

sinesq, incompressibilité) sont adéquates dans les régions côtières à l'échelle qui nous intéresse. Parmi les développements apportés dans S04 figurent un schème de turbulence à l'ordre 2,5 sur la verticale et le couplage avec un modèle dynamique-thermodynamique à deux couches pour la glace de mer.

Ce modèle de circulation évolue avec des conditions aux frontières réalistes pour les vents, l'éclairement, les précipitations, l'évaporation, les rivières et la marée de cooscillation. Le système de la baie d'Hudson est ainsi représenté par plus de 12 000 colonnes d'eau de  $10 \times 10 \text{ km}^2$ . Ces colonnes d'eau comportent jusqu'à 36 couches fixes (niveaux  $z$ ) d'une épaisseur de 10 m au minimum.

La marée est modélisée par neuf constituants astronomiques et d'eaux peu profondes :  $O_1$ ,  $K_1$ ,  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $M_4$ ,  $MS_4$ ,  $N_2$ ,  $P_1$  et  $K_2$ . Ceux-ci sont introduits par le calcul du niveau d'eau associé à leur présence, niveau d'eau qui est imposé aux frontières ouvertes du domaine. Les niveaux d'eau, les courants, la salinité et la température à l'intérieur du système ont été validés avec des mesures expérimentales (*cf.* S04).

### 2.2.2 Le modèle harmonique

Les modes normaux à haute résolution (10 km) sont calculés à l'aide d'un schème numérique de Platzman (1975) pour la résolution des équations linéaires barotropes non visqueuses dites de Laplace :

$$\frac{\partial \mathbf{v}_h}{\partial t} = -f \mathbf{e}_3 \times \mathbf{v}_h - g \nabla \eta \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\nabla \cdot (H \mathbf{v}_h) \quad (2.2)$$

Le schème met en place une discrétisation aux différences finies de l'espace bidimensionnel (intégré sur la verticale). Si des solutions périodiques  $e^{-i\omega t}$  sont postulées pour le niveau d'eau  $\eta$  et les courants  $\mathbf{v}_h$ , les équations 2.1 et 2.2 peuvent être synthétisées en un problème aux valeurs propres  $\tilde{\mathcal{L}}\tilde{\mathbf{a}} = -i\omega\tilde{\mathbf{a}}$  :

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \eta \\ \mathbf{v}_h \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & -\nabla \cdot H \\ -g\nabla & -f\mathbf{e}_3 \times \end{pmatrix}}_{\tilde{\mathcal{L}}} \underbrace{\begin{pmatrix} \eta \\ \mathbf{v}_h \end{pmatrix}}_{\tilde{\mathbf{a}}} = -i\omega \begin{pmatrix} \eta \\ \mathbf{v}_h \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

Les solutions périodiques à ce système correspondent à ses modes normaux, soit le spectre des mouvements fondamentaux du système (*cf.* annexe C). La discrétisation impose un spectre discret de fréquences angulaires  $\omega$  et de modes  $(\eta, \mathbf{v}_h)$ . Une formulation telle qu'en 2.3 a l'avantage d'associer les valeurs propres de l'opérateur  $\tilde{\mathcal{L}}$  (de Laplace) aux fréquences des modes et les vecteurs propres aux modes.

Le modèle harmonique a été validé sous des bassins idéaux avec les résultats de Rao (1966), ainsi que sous un bassin naturel (lac Michigan) avec les calculs et observations compilées par Rao et al. (1976). Il a été vérifié ici que les résultats du modèle sous une grille de la baie d'Hudson sont similaires en  $\omega$ , en amplitude  $|Z|$  et en phase  $\arg(Z)$  avec le schème de Rao and Schwab (1976)<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>Le schème de Rao a été implanté mais abandonné par la suite à cause de ses exigences calculatoires excessives.

L'amplitude  $\eta$  obtenue du modèle périodique doit être multipliée par un facteur d'échelle uniforme choisi selon les observations des amplitudes  $\eta_{M_2}$ . Le même facteur d'échelle s'applique aux courants  $\mathbf{v}_h$ . La phase du niveau d'eau est aussi étalonnée par l'addition d'une constante uniforme de façon à reproduire les harmoniques  $M_2$  de l'embouchure du détroit d'Hudson. La même constante de phase est additionnée à la phase des courants. La friction au fond est paramétrée linéairement avec un coefficient uniforme ne variant qu'en fonction de la profondeur locale.

Le domaine utilisé par le modèle harmonique est un bassin fermé constitué du système de la baie d'Hudson et d'une partie de l'Atlantique (Fig. 1.1). Deux raisons ont conduit à ce choix. D'abord, l'échange d'énergie entre l'Atlantique et le SBH est une quantité intéressante pour le bilan énergétique de la baie. Aussi, un bassin fermé présente des conditions aux frontières homogènes qui permettent aisément le calcul de quantités diagnostiques comme les potentiels du courant. Il est attendu que les modes obtenus avec un SBH non forcé (*i.e.* avec une ligne nodale en son embouchure) peuvent être différents dans les détails, notamment à cause du flux d'énergie qui est nécessairement nul à l'embouchure.

Les frontières du domaine sont donc repoussées aux isobathes de plus de 2000 m dans la baie de Baffin et la mer du Labrador, les courants à ces frontières étant imposés nuls. La dynamique à l'extérieur du système de la baie d'Hudson est alors artificielle mais ce choix de frontières est justifié *a posteriori* par le calcul d'un flux d'énergie, de courants et de niveaux d'eau réalistes à l'entrée et à l'intérieur du système de la baie d'Hudson. Seule la région intérieure est analysée mais



les figures montrent la grille complète par intérêt méthodologique.

## 2.3 Analyse des résultats

L'étude s'intéressant essentiellement à des quantités oscillantes, l'amplitude, la phase et la fréquence sont les caractéristiques recherchées. Lorsque les oscillations correspondent à celles de la marée, une analyse harmonique est effectuée pour extraire des séries temporelles l'amplitude et la phase des constituants. Ces séries temporelles peuvent provenir d'observations ou du modèle de S04. Dans le cas du modèle harmonique, l'amplitude et la phase sont directement disponibles.

### 2.3.1 Analyses harmoniques

Les analyses harmoniques sont effectuées sur les mesures de pression des sondes CTD. La pression inscrite dans le relevé des instruments est une approximation de la pression hydrostatique. Cette approximation correspond à la pression mesurée (absolue) moins une pression atmosphérique moyenne (10, 1353 dbars pour le manufacturier SeaBird). L'approximation est ici améliorée en utilisant les relevés de pression atmosphérique de la station météorologique de Coral Harbor (Nunavut). Cette station est située au centre de la zone étudiée et ses relevés horaires sont disponibles (archives d'Environnement Canada) pour l'ensemble de la période où les instruments sont mouillés.

Les valeurs de pression sont ensuite décimées aux heures. Le programme T-Tide de Pawlowicz et al. (2002) est utilisé pour l'analyse harmonique. Ce pro-

gramme est un portage des outils de Foreman (1978) sous un langage interprété (MatLab). Les harmoniques  $M_2$  sont calculées pour chaque mois afin de résoudre le cycle saisonnier. Les séries mensuelles se chevauchent légèrement vue leur durée de 32 jours (plutôt que 28, 29, 30 ou 31 jours). Cette période de 32 jours est nécessaire pour résoudre certains constituants semi-diurnes. En effet, T-Tide ne prend pas en compte dans sa régression les constituants secondaires situés à moins de  $(N\Delta t)^{-1} \text{ h}^{-1}$  des constituants majeurs ( $M_2, S_2...$ ). Ainsi, avec  $\Delta t = 1 \text{ h}$ , une période de 31 jours ( $N = 31 \times 24$ ) ne permet pas de discriminer  $L_2$  de  $S_2$ . Il est important de résoudre ces constituants secondaires car ils forment un apport significatif dans la bande semi-diurne du spectre d'énergie. Aussi, les intervalles de confiance entourant les harmoniques sont déterminés en fonction de l'énergie spectrale contenue dans le résidu de l'analyse harmonique. Plus l'énergie résiduelle est importante, plus grands seront les intervalles de confiance.

L'amplitude  $M_2$  obtenue à la suite de l'analyse harmonique correspond à la pression  $\rho g \eta$  de l'onde de surface. La quantité ici d'intérêt est plutôt l'amplitude  $\eta$  de l'onde de marée. Pour calculer la valeur de  $\eta$ , il est nécessaire de connaître la densité  $\rho(\mathbf{r}_h, z = \eta, t)$  en fonction du temps à la surface aux emplacements des stations océanographiques. Une estimation de la densité de surface moyennée aux mois est obtenue aux différentes stations à l'aide du modèle de S04. De cette façon, les valeurs de  $\rho g \eta$  sont traduites en amplitudes  $\eta$  (mètres). Il est important de préciser que l'évolution saisonnière de  $\rho$  a beaucoup moins d'impact que celle de  $\eta$  sur la valeur de  $\rho g \eta$ . D'après le modèle, la densité de surface varie aux stations d'environ  $2 \text{ kg m}^{-3}$  pendant l'année, soit  $|\Delta(\rho g \eta)|_{\eta=1 \text{ m}} = 2 \times 10^{-3} \text{ dbars}$  qui

est un ordre de grandeur plus faible que les variations  $(\rho g \eta)(t)$  mesurées.

Les mesures de pression des sondes CTD de la station 13 ont été écartées des analyses harmoniques. Ces instruments étaient situés à 100 m du fond sous des courants intenses du détroit. Les séries de pression montrent des pics aberrants typiques d'un instrument transporté par le courant à la manière d'un pendule inversé (Prinsenbergh and Hamilton, 2005) et l'analyse harmonique est non concluante. À d'autres stations la pression est disponible à deux profondeurs (deux sondes). Les résultats étant similaires pour les deux, la sonde du bas est préférée pour sa plus grande insensibilité aux courants.

Dans l'étude des perturbations causées par la couverture de glace, la méthode favorisée par Godin (1986) et Prinsenbergh (1988a) a été le calcul de l'admittance (au sens de Godin, 1976). L'admittance est dans ce contexte la fonction de transfert  $Z(\omega) = Y(\omega) X^{-1}(\omega)$  du bassin représenté par un système linéaire. La réponse  $Y(\omega)$  du système correspond à la marée observée en un point du bassin. L'intrant  $X(\omega)$  du système correspond à la marée à une station située à l'extérieur du système. Le spectre  $X(\omega)$  de la station extérieure (*e.g.* Halifax, libre de glaces à l'année) est supposé constant. Les fluctuations de  $Z(\omega)$  révèlent la présence de perturbations de la marée à l'intérieur du bassin (*e.g.* friction sous la couverture de glace). Il a été déterminé que l'admittance donne ici des résultats identiques à l'analyse harmonique sans y apporter d'avantages. Ainsi, seuls les résultats des analyses harmoniques sont montrés dans ce travail.

## Chapitre 3

# Oscillation modale de l'onde $M_2$

### 3.1 Introduction

Un intérêt majeur de l'interprétation du mouvement d'un système mécanique en terme de modes normaux est la réduction de sa complexité. Dans le cas du système ici étudié, la maille permet de représenter plus de  $2 \times 10^4$  colonnes d'eau. Chacune de ces colonnes d'eau comporte un vecteur horizontal de courant  $\mathbf{v}_h$  et une amplitude de niveau d'eau  $\eta$ . On dira alors que le système compte plus de  $6 \times 10^4$  degrés de liberté, au sens où ces quantités ne sont pas nécessairement liées et pourraient évoluer de façon indépendante. La description du mouvement du système nécessiterait alors le suivi simultané de  $6 \times 10^4$  quantités.

Dans un mode normal, tous les degrés de liberté ont la même fréquence d'oscillation ainsi que des amplitudes et des phases relatives constantes. Un unique mode normal peut ici décrire le comportement simultané des  $6 \times 10^4$  quantités

avec la connaissance de seulement trois champs complexes constants (parties spatiales de  $\eta$ ,  $\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{v}_h$  et  $\mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{v}_h$ ).

Le spectre des modes normaux est l'ensemble des modes possibles pour un système. Cette interprétation est particulièrement significative dans une situation de résonance où le système voit son mouvement dégénérer en celui d'un seul mode normal. Le mouvement du système est alors décrit de la façon la plus succincte possible. De manière plus générale, le mouvement d'un système correspond à une combinaison de modes normaux.

Les modes normaux de quelques bassins naturels ont été étudiés, notamment par Rao et al. (1976) qui a mis en relation les mouvements observés du lac Michigan avec ses modes. Dans le cas de Rao, les oscillations observées étaient générées par les système météorologiques. Les oscillations libres de marée ont été abordées par Platzman (Platzman, 1972, 1975, 1978, 1984a,b; Platzman et al., 1981) jusqu'à l'obtention d'un jeu de modes suffisamment complet pour synthétiser les cartes empiriques des marées océaniques. Les modes de Platzman étaient restreints aux bassins océaniques où les erreurs bathymétriques et la viscosité pouvaient être raisonnablement négligés. Les efforts subséquents (*e.g.* Sanchez and Morrow 1993, Rodriguez 1984) se sont aussi concentrés sur les bassins océaniques sans jamais avoir une résolution suffisante pour représenter de façon réaliste les mers bordières telle que la baie d'Hudson.

Les modes normaux océaniques ont été calculés par plusieurs auteurs et les résultats obtenus sont similaires (Gotlib, 1982; Platzman et al., 1981; Sanchez and Morrow, 1993). Mais l'absence d'observations des fréquences des modes océa-

niques dans les spectres des niveaux d'eau est demeurée troublante. L'explication généralement acceptée est apportée par Luther (1983) : les modes qui ont été observés avec succès ont en commun l'atmosphère pour agent excitant. Les modes océaniques ont des dimensions peu compatibles avec les systèmes atmosphériques et sont principalement forcés par le potentiel astronomique selon un spectre discret. Un système mécanique harmoniquement forcé et amorti oscille à la fréquence excitatrice et non aux fréquences des modes normaux ; les oscillations aux fréquences naturelles sont transitoires.

La modélisation numérique de l'onde de marée  $M_2$  a été effectuée à quelques reprises dans différentes régions du système de la baie d'Hudson. Freeman and Murty (1976) ont calculé avec succès des marées cooscillantes et astronomiques pour la baie d'Hudson et la baie James. Le modèle était barotrope et forcé astronomiquement ainsi que par cooscillation à sa frontière ouverte avec le détroit d'Hudson. Chandler et al. (1985) ont quant à eux modélisé la marée de la région du détroit d'Hudson et de la baie d'Ungava avec des résultats qui s'accordent bien avec les observations. Ces auteurs ont tous exprimé la sensibilité de leurs résultats aux paramètres des frontières ouvertes.

Le modèle numérique de S04 a calculé l'onde  $M_2$  pour un domaine englobant ceux de Freeman and Murty (1976) et de Chandler et al. (1985), en plus d'inclure le bassin de Foxe, un bassin peu connu. Certaines régions du bassin de Foxe sont couvertes de glace de mer à l'année et peu de navires empruntent l'étroit détroit de Fury et Hecla qui mène au golfe de Boothia et à l'océan Arctique. De ce fait, le modèle de S04 fut le premier à offrir une modélisation tidale complète du bassin

de Foxe bien que l'article ne traite pas de l'importance de cette région au plan de l'énergie mécanique (*cf.* §4).

Ce chapitre décrit les différents aspects de l'onde  $M_2$  dans le système : son amplitude, sa propagation, les courants qui lui sont associés et l'importance des différentes composantes de sa dynamique. Les éléments novateurs sont amenés du point de vue d'une interprétation en terme de mode normal mais des observations et la comparaison avec d'autres modèles numériques appuient et complètent l'analyse. Les questions relatives à la friction au fond (§4), la friction sous la glace (§5) et l'énergie mécanique (§4) sont traitées ultérieurement.

## 3.2 Résultats

Un unique mode normal de période 14, 6 h reproduit correctement les observations et les résultats de modèles numériques de la marée  $M_2$  dans l'ensemble du système de la baie d'Hudson. Les figures 3.1, 3.2 et 4.3 décrivant le mode normal peuvent être comparées aux résultats d'observations et ceux d'autres modèles numériques (rassemblés à l'annexe A).

### 3.2.1 La phase de la surface

L'onde  $M_2$  du système de la baie d'Hudson correspond à un patron (Fig. 3.1) de cinq amphidromes positifs (voir déf. plus loin) : deux sont situés dans le bassin de Foxe (*cf.* Fig. 1.1), deux autres dans la baie d'Hudson et un dernier dans la baie James. De ces cinq amphidromes, trois sont dégénérés. Les amphidromes

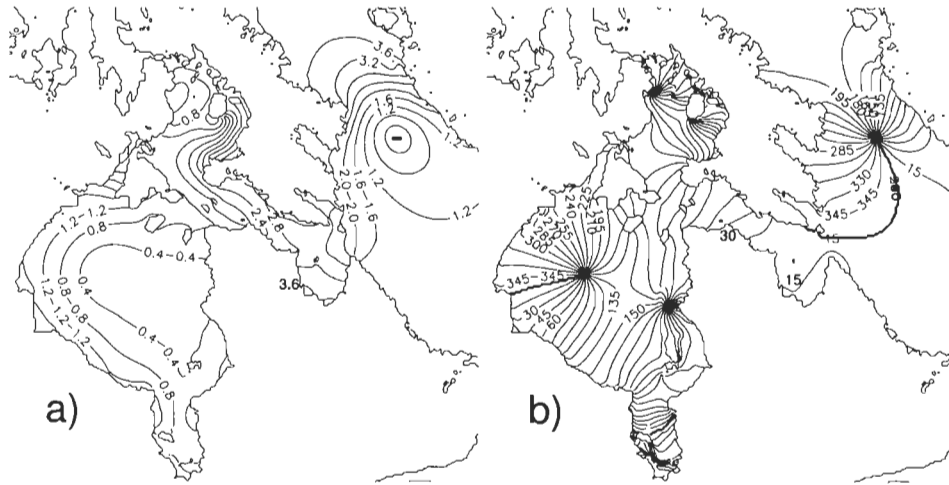


FIG. 3.1 – **a** Amplitude (m) et **b** phase ( $^{\circ}$  TUC) des niveaux d'eau du mode normal reproduisant l'onde  $M_2$  observée.

dégénérés sont situés dans les hauts-fonds du bassin de Foxe et de la baie James, des zones où le rapport de la dissipation sur l'amplitude de l'onde est important (Fig. 4.3 et Fig. 3.1) et où la réflexion est probablement faible. Cette observation est en accord avec le résultat classique d'un canal infini avec deux ondes de Kelvin se propageant en sens opposé ; si la dissipation est grande, l'onde réfléchie s'amenuise et les amphidromes dégénèrent en des isophases transversales.

On retrouve de façon équivalente dans la littérature les termes points amphidromiques et amphidromes. C'est ce second terme qui est utilisé dans cette étude bien que les deux aient des significations équivalentes. Aussi un amphidrome dénué d'autres qualificatifs fait ici référence à un amphidrome du niveau d'eau. Il sera explicitement précisé si il est plutôt fait référence à un amphidrome du courant horizontal. Un amphidrome est dit positif si la phase est croissante dans le



même sens que la rotation (terrestre). Les amphidromes négatifs ont leur phase croissante en sens inverse de la rotation. Un amphidrome est dit dégénéré lorsque ses lignes de cophase convergent vers un point imaginaire situé à l'intérieur des côtes.

Les lignes de cophase (Fig. 3.1) montrent que la baie d'Ungava oscille en phase avec l'extérieur (mer du Labrador). Leurs échanges seront discutés plus loin (§4).

Il est intéressant de connaître les régions où l'onde  $M_2$  a un caractère stationnaire, progressif ou mixte. Cette distinction correspond au déphasage entre le niveau d'eau et les courants tidaux (Fig. 3.1 et 3.2 respectivement). La baie d'Ungava présente un déphasage de  $90^\circ$ , typique d'une onde stationnaire. L'onde est plutôt progressive (déphasage  $\approx 0^\circ$ ) dans le détroit d'Hudson, dans le bassin de Foxe et dans la baie James. Cela signifie qu'une composante réfléchie est faible ou absente de ces trois régions, en accord avec la dégénérescence de leur amphidrome. La baie d'Hudson quant à elle correspond au patron de l'onde de Kelvin réfléchie sur une paroi. Ce sujet sera abordé en utilisant l'ellipse et la phase des courants.

### 3.2.2 L'amplitude de la surface

Le marnage simulé est généralement important dans l'axe détroit d'Hudson–bassin de Foxe, particulièrement sur la rive est du bassin de Foxe et dans la baie d'Ungava. L'analyse des mesures de Dave DeWolfe (Service Hydrographique du Canada, comm. pers., 2005) montre une amplitude  $M_2$  moyenne de  $4,99 \pm 0,03$  m

dans Leaf Basin. Cette amplitude en fait la deuxième plus grande marée  $M_2$  au monde, après la baie de Fundy (Nouvelle-Écosse). Leaf Bassin est un bassin peu profond retiré dans les terres du sud-ouest de la baie d'Ungava. Il est attendu que les modèles numériques n'ont pas la résolution nécessaire pour reproduire ces petites baies de géométrie favorable à l'amplification. Ainsi le marnage simulé est de quatre mètres.

À l'exception de la baie d'Ungava et du détroit de Roes Welcome, le patron modal présente des lignes de coamplitude tangentes aux côtes. C'est la signature des ondes de Kelvin, une forme commune pour les ondes de marée. L'angle formé entre les isoamplitudes et les côtes indique aussi le déphasage entre les courants et les niveaux d'eau (*cf.* Defant, 1961). Cela appuie aussi l'idée que l'onde est stationnaire dans la baie d'Ungava et le détroit de Roes Welcome.

L'amplitude des niveaux d'eau dans le bassin de Foxe est peu connue et la comparaison du modèle harmonique avec le modèle de S04 est la plus appropriée. Le nord-est du bassin de Foxe est là où l'onde  $M_2$  est la moins bien reproduite par le mode normal (Fig. 3.1 et Fig. A.4). Cet écart est possiblement dû à la mauvaise reproduction bathymétrique d'Etopo 5' (NOAA, 1988) dans cette région. L'île de Prince Charles est soudée à sa voisine et la réunion des deux forme une barrière zonale artificielle entre une amplitude de moins de 0,2 m (nord) et une amplitude dépassant 3 m (sud).

Les marnages simulés sont aussi trop grands dans le coin sud-est du bassin de Foxe, dépassant en amplitude ceux de la baie d'Ungava. Cette région étant la moins profonde du système, le biais est sensible à la friction linéaire à coefficient

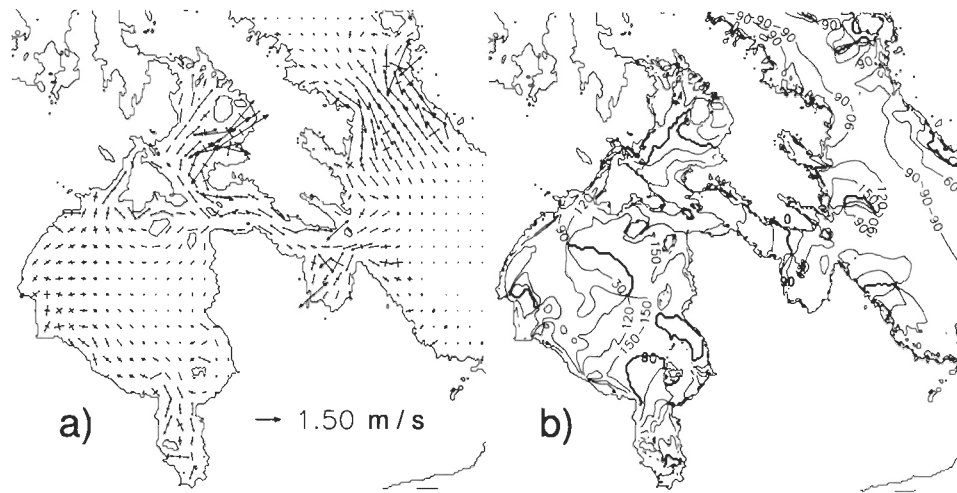


FIG. 3.2 – **a** Ellipse et **b** phase ( $^{\circ} \pm 180$  TUC) des courants horizontaux  $\mathbf{v}_h$  du mode normal.

uniforme imposée sur le domaine. Une friction ajustée en fonction des observations, ou une friction quadratique, permettrait probablement un meilleur accord.

### 3.2.3 Les ellipses du courant horizontal

Les ellipses de courant du mode normal (Fig. 3.2) sont importantes dans l'axe détroit d'Hudson–bassin de Foxe et de formes allongées. Des composantes transversales nulles sont attendues pour une marée se propageant sous forme d'ondes de Kelvin.

Taylor (1920) (cité dans LeBlond and Mysak, 1978) a montré que la présence d'un plan de réflexion ajoute une composante transversale au courant et diminue l'excentricité des ellipses. Celles de la côte ouest de la baie d'Hudson sont circulaires et similaires à celles obtenues par Taylor si la côte ouest représente un plan

de réflexion. Prinsenbergh (1988a) a d'ailleurs modélisé avec succès la baie d'Hudson comme un bassin rectangulaire où l'onde de Kelvin incidente est réfléchi.

Le patron de phase (Fig. 3.1) suggère la présence d'un second plan de réflexion sur la rive est de la baie d'Hudson. L'amplitude de l'onde y est si affaiblie par son parcours autour de la baie que l'amphidrome est presque dégénéré. On montrera plus loin que la friction modifie significativement la position de cet amphidrome.

### 3.2.4 La phase du courant horizontal

Les régions où l'onde est nettement progressive ou stationnaire ont déjà été soulignées (*cf.* 3.2.1). Dans la baie d'Hudson, la phase des courants (Fig. 3.2) est plus complexe, comportant entre autres des amphidromes du courant négatifs. Il est bien connu que deux ondes de Kelvin, se propageant en sens opposé dans un canal, donnent naissance à des amphidromes de courant. Ces amphidromes de courant sont positifs et se trouvent exactement entre les amphidromes du niveau d'eau. De façon analogue aux amphidromes du niveau d'eau, l'amplitude du courant y est nulle.

Des amphidromes négatifs peuvent être obtenus par l'ajout de plans de réflexion aux extrémités du canal. La figure 3.3 montre un bassin rectangulaire plat imitant la baie d'Hudson ( $\omega = \omega_{M2} = 1,405 \times 10^{-4} \text{ rad s}^{-1}$ ,  $f = 1,263 \times 10^{-4} \text{ rad s}^{-1}$ ,  $H = 150 \text{ m}$ ,  $S = 1200 \times 800 \text{ km}^2$ ) avec deux ondes de Kelvin super-inertiels. On compte cinq amphidromes de courant positifs (incluant celui entre les amphidromes du niveau d'eau) et deux amphidromes de courant négatifs. Le terme «amphidrome» est probablement inadéquat pour les six nouveaux

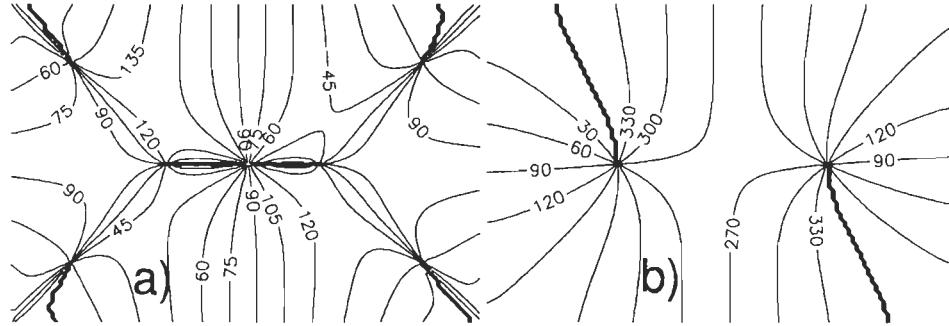


FIG. 3.3 – **a** Phase ( $\pm 180^\circ$ ) des courants  $\mathbf{v}_h$  et **b** phase ( $^\circ$ ) des niveaux d'eau  $\eta$  pour un bassin rectangulaire plat représentant la baie d'Hudson.

amphidromes de courants. En effet, le courant  $y$  est non nul et la phase ne change que de  $180^\circ$ . La correspondance des amphidromes du bassin plat avec ceux de la figure 3.2 est douteuse. Le patron est fortement déformé par la bathymétrie naturelle et l'asymétrie causée par la quasi-dégénérescence de l'amphidrome du niveau d'eau à la rive est. Néanmoins tous ces amphidromes de courant se produisent sous une même condition qui sera obtenue à la §3.2.5.

### 3.2.5 Divergence et circulation

Il est parfois difficile de retracer dans le champ de courants horizontaux les régions où la circulation  $\oint \mathbf{v}_h \cdot d\mathbf{l}$  est importante. À cette fin, le champ de courant horizontal  $\mathbf{v}_h$  peut être décomposé de façon unique en une somme de parties irrotationnelle  $-\nabla\phi$  et non divergente  $-\mathbf{e}_3 \times \nabla\psi$  si des conditions aux frontières sont spécifiées (Platzman, 1979). Le courant est alors constitué de deux potentiels  $\phi$  et  $\psi$  reliés à la divergence du champ de courant horizontal local et à sa circula-

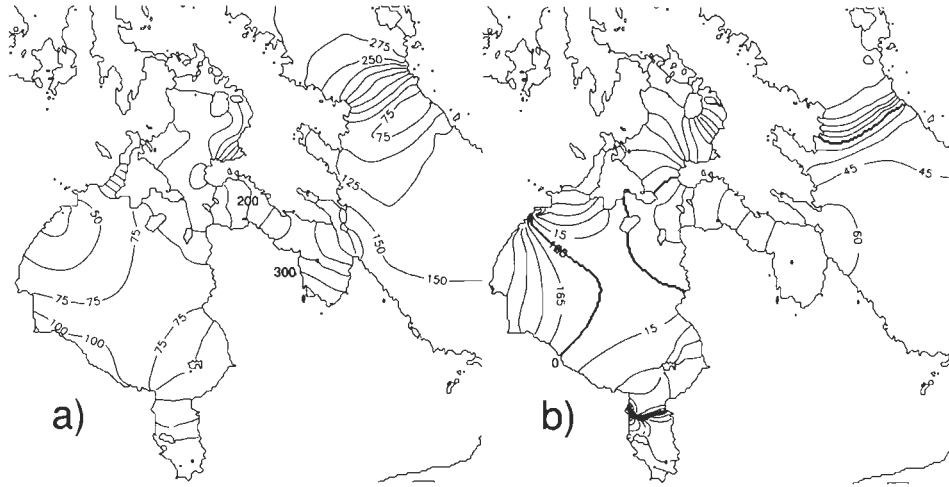


FIG. 3.4 – **a** Amplitude ( $10^3 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ ) et **b** phase ( $^\circ$ ) d'un potentiel de vitesse  $\phi$  du champ de courant horizontal  $\mathbf{v}_h$  du mode normal.

tion locale, respectivement. Les conditions frontières choisies sont telles que les courants dus à  $\phi$  et  $\psi$  respectent tous deux l'imperméabilité des côtes. Ces deux courants  $\mathbf{v}_h^\phi$  et  $\mathbf{v}_h^\psi$  sont donc deux champs de courant valides, deux contributions qui forment le courant total et qui peuvent être étudiées indépendamment.

L'évolution temporelle des potentiels  $\phi$  et  $\psi$  peut être décrite simplement pour un mode simple comme celui de la figure 3.3. Le potentiel  $\phi$  présente comme pour la surface  $\eta$  un patron en 'selle de cheval', c'est à dire deux creux et deux crêtes qui tournent autour du centre du domaine. Les crêtes de  $\phi$  sont décalées de  $\pi/4$  par rapport aux crêtes de  $\eta$ . Les courants  $\mathbf{v}_h^\phi = -\nabla\phi$  sont maximums entre les creux et les crêtes de  $\phi$  et minimums aux creux et aux crêtes de  $\phi$ . De ce fait, les courant  $\mathbf{v}_h^\phi$  sont maximums aux mêmes endroits que les courants totaux  $\mathbf{v}_h = \mathbf{v}_h^\phi + \mathbf{v}_h^\psi$ , c'est-à-dire sur les crêtes et les creux du niveau d'eau  $\eta$ . Les courants  $\mathbf{v}_h^\psi$  ont

généralement le quart de l'intensité des courants  $\mathbf{v}_h^\phi$ . Le potentiel  $\psi$  évolue lui aussi comme deux crêtes et deux creux tournant autour du centre du domaine. Mais contrairement au patron en selle de cheval de  $\eta$  ou de  $\phi$ , les creux et les crêtes de  $\psi$  ont des géométries se rapprochant de cuvettes et de bosses, respectivement. Les crêtes de  $\psi$  coïncident avec les crêtes de  $\eta$ . Les creux et les crêtes de  $\psi$  sont associés à des écoulements plus ou moins circulaires. Ces écoulements sont cycloniques sur les crêtes de  $\psi$  (car  $\mathbf{v}_h^\psi = -\mathbf{e}_3 \times \nabla \psi$ ) et vice-versa.

Pour le mode du SBH, le champ de courant est essentiellement contrôlé par le potentiel de vitesse  $\phi$  (Fig. 3.4) dont l'amplitude des courants dépasse d'un ordre de grandeur ceux dus à la fonction d'écoulement  $\psi$  (Fig. 3.5). C'est la signature d'une oscillation de première classe<sup>1</sup> (e.g. Platzman, 1979), c'est-à-dire dont la force de rappel est la gravité. De façon générale, le potentiel  $\phi$  évolue de façon semblable à  $\eta$  avec un déphasage de  $\pi/4$ . Dans la baie d'Hudson, le potentiel  $\phi$  se comporte comme pour le mode simple de la figure 3.3. En définitive, l'onde  $M_2$  simulée est bien représentée par le potentiel complexe  $\phi$ , irrotationnel et constant.

La fonction d'écoulement  $\psi$  est généralement de faible importance par rapport au potentiel de vitesse  $\phi$  à l'exception de la partie sud du bassin de Foxe (Fig. 3.5). Le courant  $\mathbf{v}_h^\psi = -\mathbf{e}_3 \times \nabla \psi$  y décrit une gyre tidale, cyclonique au flot et anticyclonique au jusant. Cette gyre s'observe de façon similaire et avec la même importance dans le modèle de S04 mais pour les deux modèles les courants de la gyre sont faibles par rapport aux courants  $\mathbf{v}_h^\phi$  associés à la divergence.

---

<sup>1</sup>Les oscillations de «seconde classe» sont plutôt liées à des oscillations autour d'une vorticité potentielle d'équilibre (ondes de vorticité ou ondes de Rossby). Les solutions du modèle périodique proviennent des deux classes.

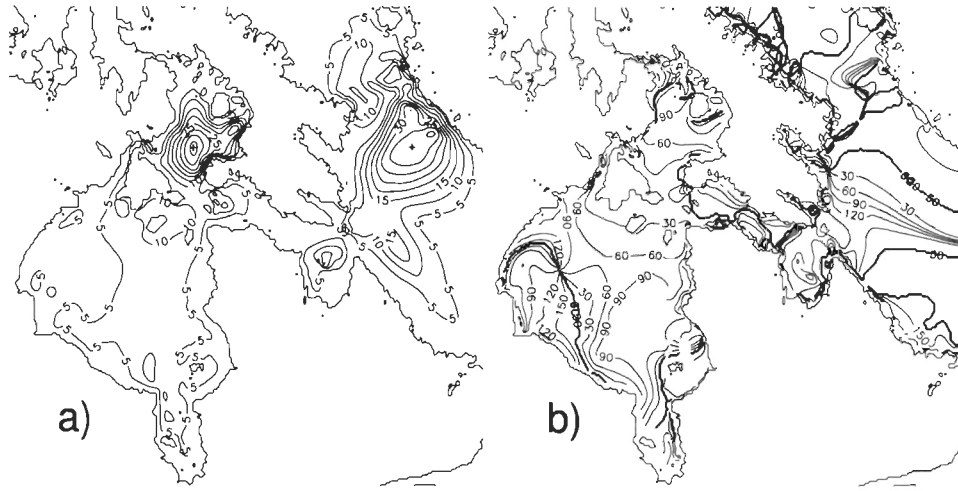


FIG. 3.5 – **a** Amplitude ( $10^3 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ ) et **b** phase ( $^\circ$ ) d'une fonction d'écoulement  $\psi$  du champ de courant horizontal  $\mathbf{v}_h$  du mode normal.

La complexité de la phase des courants (Fig. 3.2) découle naturellement de l'examen de sa partie irrotationnelle  $\mathbf{v}_h^\phi = -\nabla\phi$ , celle-ci représentant presque toutes les caractéristiques du champ  $\mathbf{v}_h$  complet. On verra que la phase  $\theta^\phi$  du courant irrotationnel est une relation hautement non linéaire du potentiel  $\phi$ . Soient  $\theta_i^\phi$  la phase de la composante  $i$  du courant irrotationnel,  $\phi_p$  et  $\phi_a$  la phase et l'amplitude du potentiel de vitesse  $\phi$ . La phase  $\theta^\phi$  (Fig. 3.6) du courant irrotationnel est





FIG. 3.6 – Phase  $\theta^\phi$  ( $^\circ \pm 180$  TUC) pour la partie irrotationnelle  $-\nabla\phi$  du champ de courant horizontal du mode normal.

alors donnée par

$$\theta_i^\phi \equiv \arg\left(\frac{\mathbf{v}_h^\phi \cdot \mathbf{e}_i}{e^{-i\omega t}}\right) = \arctan \left[ \frac{\phi_a \cos(\phi_p) \frac{\partial \phi_p}{\partial x_i} + \sin(\phi_p) \frac{\partial \phi_a}{\partial x_i}}{-\phi_a \sin(\phi_p) \frac{\partial \phi_p}{\partial x_i} + \cos(\phi_p) \frac{\partial \phi_a}{\partial x_i}} \right] \quad (3.1)$$

$$v_i^\phi \equiv \left| \frac{\mathbf{v}_h^\phi \cdot \mathbf{e}_i}{e^{-i\omega t}} \right| = \sqrt{\phi_a^2 \left( \frac{\partial \phi_p}{\partial x_i} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi_a}{\partial x_i} \right)^2} \quad (3.2)$$

$$\theta^\phi = \frac{1}{2} \arctan \left[ \frac{(v_1^\phi)^2 \sin(2\theta_1^\phi) + (v_2^\phi)^2 \sin(2\theta_2^\phi)}{(v_1^\phi)^2 \cos(2\theta_1^\phi) + (v_2^\phi)^2 \cos(2\theta_2^\phi)} \right] \quad (3.3)$$

Les amphidromes du courant, positifs ou négatifs, se produisent à chaque endroit où le numérateur et le dénominateur de l'argument de arctan sont tous deux nuls. Cette condition se produit à sept endroits dans le bassin rectangulaire plat représentant la baie d'Hudson. Les amphidromes de courant ne sont donc pas des

complications introduites par une bathymétrie naturelle ou des lignes de côtes complexes.

### 3.3 Discussion

Plusieurs éléments naturels sont manquants à la dynamique du modèle harmonique. Les interactions entre l'onde et le courant résiduel, la stratification et les autres constituants de la marée sont négligées. L'importance de ces interactions peut être grossièrement évaluée par la comparaison des résultats du modèle harmonique avec ceux du modèle de S04. Or, les résultats sont suffisamment voisins pour prétendre que ces interactions ne constituent pas un manquement fondamental pour la modélisation de l'onde  $M_2$ . D'ailleurs, les récents modèles tidaux globaux barocliniques ne présentent pas des résultats très différents de leurs précurseurs barotropes (*e.g.* Arbic and Garner, 2006). Une stratification en deux couches mène à une phase un peu plus réaliste mais la reproduction des observations nécessite encore une friction au fond ajustée.

Au plan des interactions entre constituants (modes), le caractère de la marée peut expliquer le réalisme atteint avec un seul mode normal. Si la marée avait été mixte, les interactions entre constituants auraient été plus grandes. La modélisation aurait alors été bonifiée par une synthèse de modes normaux.

Un élément qui n'a pu être évalué ici est l'importance de la contribution barotrope de la pression atmosphérique. C'est en effet un élément qui est absent du modèle de S04 auquel les résultats du modèle harmonique sont comparés. Wright

et al. (1987) ont montré que la fréquence des tempêtes, poussant la baie d'Hudson en résonance dans son mode d'Helmholtz ( $2\pi\omega^{-1} \sim 3,4$  jours), produit des courants relativement forts dans le détroit d'Hudson et des ondes de plateau sur les côtes du Labrador. Il est possible que ces épisodes de tempêtes modifient légèrement et temporairement le patron de l'onde  $M_2$  ; cela reste à étudier.

## Chapitre 4

# Énergie associée à l'onde $M_2$

### 4.1 Introduction

Le bilan énergétique de la principale onde de marée ( $M_2$ ) comporte d'une part le travail effectué par l'attraction gravitationnelle de la lune, l'énergie mécanique stockée dans les ondes  $M_2$  et enfin la dissipation d'une fraction de l'énergie des ondes, principalement dans les mers peu profondes (Jeffreys 1921, dans Defant 1961). La dissipation balance le travail produit par la lune et l'énergie  $M_2$  oscille autour d'une valeur moyenne. Le travail d'Egbert and Ray (2001) a permis de quantifier ce bilan global par l'analyse des mesures altimétriques satellitaires TOPEX/Poseidon. Des 3,7 TW dissipés par l'ensemble des constituants de la marée, le constituant  $M_2$  représente à lui seul 2,5 TW. De cette quantité, entre 25 et 30 % sont dissipés dans les océans, probablement par production d'ondes internes là où la topographie change rapidement. Mais la majeure partie des 2,5 TW, soit environ

1,8 TW, est dissipée dans les mers bordières telle que la baie d'Hudson.

En fait, Egbert et Ray ont estimé que pour  $M_2$ , la région combinée du système de la baie d'Hudson et de la mer du Labrador est la plus dissipative parmi les eaux peu profondes du monde. Ce sont  $261 \pm 10$  GW qui sont dissipés dans cette région, presque la moitié de la dissipation attribuée à l'océan mondial et 25 % plus que le plateau continental européen (205 GW). Il est raisonnable de penser qu'une importante partie des 261 GW sont dissipés à l'intérieur du système de la baie d'Hudson étant donnée l'importante profondeur moyenne de la baie de Baffin et de la mer du Labrador (+ de 1000 m). Le modèle hydrodynamique global de Provost and Lyard (1997) appuie cette hypothèse en attribuant un flux<sup>1</sup> de 252 GW incident au système de la baie d'Hudson.

La grandeur du flux estimé par Le Provost et Lyard illustre l'importance du couplage entre l'Atlantique et le système de la baie d'Hudson. Ce couplage donne lieu à un autre flux, le flux de masse. D'après le modèle de S04, le débit traversant l'embouchure de la SBH atteint 70 Sv aux vives-eaux de septembre 1996. Cela représente approximativement  $10^{12}$  m<sup>3</sup> d'eau pour un flot, soit un mètre d'eau sur l'ensemble du bassin.

L'important flux de masse est lié aux grandes énergies potentielles du détroit d'Hudson et surtout de la baie d'Ungava. D'ailleurs, plusieurs auteurs (*e.g.* Drinkwater, 1986) ont noté que la baie d'Ungava avait une géométrie adéquate pour une résonance dite quart de longueur d'onde. Cette situation correspond à une seiche

---

<sup>1</sup>On définit ici le flux d'énergie comme la puissance développée par le champ de pression externe  $\int_{l_1}^{l_2} \rho g \eta(l) H(l) \mathbf{v}_h \cdot d\mathbf{l}$  sur une section verticale définie par le trajet horizontal  $\Delta l = l_2 - l_1$ .

longitudinale ouverte, c'est-à-dire coupée à mi-longueur de façon à s'ouvrir sur une mer ou un océan (*cf.* annexe B). Cette oscillation est caractérisée par la période de Merian  $T = 4L/\sqrt{g\overline{H}}$  avec  $L \approx 300 \times 10^3$  m,  $\overline{H} \approx 75$  m et  $T \approx T_{M_2}$  dans la baie d'Ungava. En l'absence de dissipation, le forçage provoque des marnages non bornés au fond de la baie.

Ce chapitre présente des éléments appuyant un mode de cooscillation résonant impliquant le système de la baie d'Hudson. L'énergie cinétique et potentielle de l'onde  $M_2$  simulée est ensuite présentée sous forme d'un bilan d'énergie. Enfin, les frictions au fond et sous la glace sont analysées.

## 4.2 Résultats

### 4.2.1 La cooscillation avec l'Atlantique

Tel que mentionné précédemment, la mer du Labrador et la baie d'Ungava oscillent pratiquement en phase (Fig. 4.1) dans le mode de 14,6 h. L'amplitude atteint son maximum dans la baie d'Ungava alors que le niveau d'eau est minimal à l'extrémité nord de la baie de Baffin tronquée. Il y a donc oscillation méridionale dans le plus bas mode d'un bassin fermé (demi-onde longitudinale), l'amphidrome du détroit de Davis étant l'équivalent de la ligne nodale. Les observations (Fig. A.1) montrent que la réalité est différente, l'amphidrome est plus au nord et les marnages de la baie de Baffin sont évidemment exagérés. Ce résultat est attendu car le domaine de la grille de calcul du modèle harmonique est limité dans la mer du Labrador et dans la baie de Baffin. Mais la correspondance entre



FIG. 4.1 – Lignes de coamplitude (m) et de cophase ( $^{\circ}$  TUC) superposées pour le mode normal de période 14,6 h.

les observations et les amplitudes/phases à l'intérieur du SBH est néanmoins satisfaisante. Elle appuie l'idée que le même mécanisme est à l'oeuvre en réalité, *i.e.* la baie d'Ungava cooscille avec l'extérieur. De plus, ce mode représente correctement l'onde  $M_2$  dans le reste du système de la baie d'Hudson.

Si le mode précédent représente correctement l'oscillation  $M_2$  du SBH complet, il est intéressant de comparer sa période avec celle de la baie d'Ungava seule. Ainsi, le calcul des modes normaux voisins de  $M_2$  a été effectué pour la baie d'Ungava seule (Fig. 4.2 a). Le domaine est élargi à l'est et à l'ouest de la baie pour le cas où la ligne nodale n'apparaîtrait pas directement à l'embouchure (*e.g.* Rao et al., 1976). La ligne nodale est d'ailleurs clairement située à l'extérieur du détroit d'Hudson. Les frontières océaniques sont ici ouvertes, ce qui signifie que le courant normal y est non nul ( $\mathbf{v}_h \cdot \mathbf{n} \neq 0$ ) mais que les marnages y sont nuls

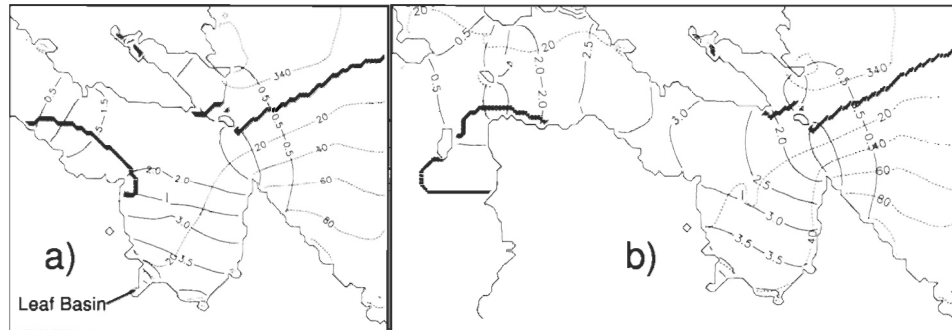


FIG. 4.2 – Amplitude (m, traits continus) et phase ( $^{\circ}$  TUC, traits hachurés) du mode voisin de  $M_2$  dans **a** la baie d’Ungava (10, 6 h) et dans **b** le détroit d’Hudson (12, 35 h).

( $\eta = 0$ ). L’oscillation a une période de 10, 6 h et ne comporte aucun amphidrome, le déplacement de la surface étant lié aux transports aux frontières ouvertes. Cette oscillation de la surface de la baie a lieu pratiquement en phase, la rotation ayant peu affecté le patron d’onde stationnaire «quart de longueur d’onde». On peut aussi voir que ce mode de la baie d’Ungava a la même structure que dans le mode du bassin général (Fig. 4.1). Une oscillation quart de longueur d’onde dans la baie d’Ungava, de période voisine à  $M_2$ , est donc un résultat reproductible sous des domaines et des conditions frontières différents.

La frontière ouverte située à l’est de la baie d’Ungava (Fig. 4.2 **a**) est approximativement disposée sur le talus et la condition  $\eta = 0$  y est raisonnable. Le déplacement de cette frontière a peu d’effet sur la période calculée. La situation est différente pour la frontière ouest alors que la période augmente en éloignant la frontière de la baie d’Ungava. La période se stabilise lorsque la frontière est placée à l’embouchure ouest du détroit d’Hudson (Fig. 4.2 **b**, période 12, 35 h).



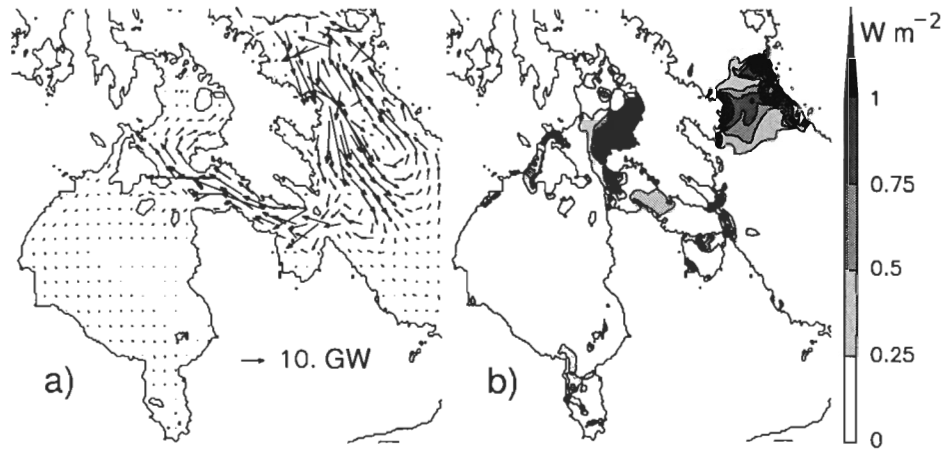


FIG. 4.3 – **a** Flux d'énergie et **b** dissipation au fond moyens pour le mode normal.

Si on élimine la frontière à l'ouest pour inclure le système de la baie d'Hudson, tout en conservant la frontière ouverte à l'est, la période ne change que très peu (12,4 h). Ces résultats sont discutés à la §4.3.

#### 4.2.2 Le flux d'énergie

Le vecteur densité de flux d'énergie moyen  $\mathbf{J} = \rho g \langle \eta \mathbf{v}_h \rangle$  (Platzman, 1979) permet la dissipation de 288 GW dans le mode normal du SBH (14,6 h), en accord avec l'estimation du modèle hydrodynamique de Provost and Lyard (1997) (252 GW). Le mode normal a pour unique drain d'énergie la friction au fond et la Fig. 4.3 illustre que les 288 GW sont essentiellement dissipés dans les hauts-fonds de la rive est du bassin de Foxe. Ceci est en accord avec la figure 4.3 qui montre un flux remontant le détroit d'Hudson pour passer au bassin de Foxe et y être dissipé. Une faible fraction de l'énergie est transportée dans la baie d'Hudson.

Région	Potentielle (TJ)	Cinétique (TJ)	Dissipation (GW)	Qualité
SBH	7 150	5 030	287,8	5,05
Domaine complet	19 700	20 500	466,5	10,28

TAB. 4.1 – Bilans d'énergie modale pour le système de la baie d'Hudson et pour le domaine complet ( $\omega_{mode} = 1,19 \times 10^{-4} - 5,8 \times 10^{-6}i$  rad/s).

Les autres régions où la dissipation est importante sont : le haut-fond de l'île Akpatok (baie d'Ungava), le détroit d'Hudson, le détroit de Roes Welcome et l'embouchure de la baie James.

Le tableau 4.1 résume les bilans d'énergie pour le système de la baie d'Hudson et pour la grille complète du modèle harmonique.

Le mode normal est équipartitionné entre ses énergies cinétiques  $K$  et potentielles  $V$  de façon similaire aux oscillations périodiques d'ondes de gravité dans des bassins simples ( $K = V = \frac{1}{4}\rho g \eta_0^2 \text{ J m}^{-2}$  où  $\eta = \eta_0 e^{-i\omega t}$ ). Lorsque restreinte au système de la baie d'Hudson, l'énergie n'est plus équipartitionnée ( $\frac{K}{V} \approx 0,7$ ) et le facteur de qualité chute à cinq. Ce n'est pas surprenant alors que la plupart de la dissipation a lieu dans les eaux peu profondes du bassin de Foxe, donc à l'intérieur du système. Aussi, dans un système ouvert cooscillant théorique, l'énergie potentielle est généralement confinée à l'intérieur de la baie (*e.g.* Miles and Munk, 1961), en contraste avec nos résultats. L'énergie potentielle de la baie de Baffin est évidemment artificielle et peut s'expliquer par la troncature du domaine naturel.

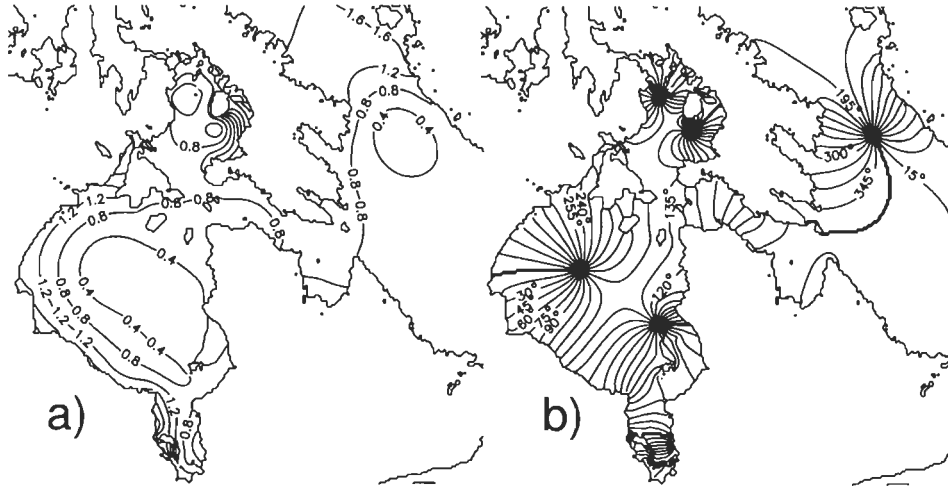


FIG. 4.4 – **a** Amplitude (m) et **b** phase ( $^{\circ}$  TUC) des niveaux d'eau du mode avec  $C_D = 0,5 \times 10^{-3}$  ( $\omega = 1,20 \times 10^{-4} - 3,2 \times 10^{-6}i$  rad s $^{-1}$ ).

### 4.2.3 La friction au fond

La figure 4.4 montre les modifications apportées à la phase et à l'amplitude du mode normal lorsque le coefficient de friction est fortement réduit ( $C_D = 2,5 \times 10^{-3} \rightarrow C'_D = 0,5 \times 10^{-3}$ ). L'énergie potentielle habituellement importante dans la baie d'Ungava s'est retirée au profit des régions peu profondes (rive est du bassin de Foxe et rive sud de la baie James) où la dissipation du mouvement  $\partial\tau/\partial z \propto H^{-1}$  était importante (*cf.* annexe C.2). Au plan de la phase, les amphidromes dégénérés du bassin de Foxe se sont éloignés des côtes tout comme celui de la rive est de la baie d'Hudson. Ce résultat est en accord avec le modèle de deux ondes de Kelvin (incidente et réfléchie) dans un canal. Ces résultats montrent que la friction change significativement la phase et l'amplitude de l'onde dans le

système.

#### 4.2.4 La friction sous la couverture de glace

La décélération  $\rho^{-1} \partial \tau / \partial z$  sous la couverture de glace signifie un transfert de l'énergie mécanique barotrope vers des structures non résolues dans les deux modèles numériques. Cette dissipation est calculée dans le modèle de S04 par le terme

$$\sum_{\text{domaine}} \tau_{\text{glace}} \cdot \mathbf{v}_h^{\text{surface}} A (\Delta l)^2 \quad (4.1)$$

où  $\Delta l$  représente la maille horizontale de la grille et  $0 \leq A \leq 1$  la fraction de la cellule qui est recouverte de glace (pour  $\tau_{\text{glace}}$  cf. Éq. 5.1). La dissipation est ainsi calculée avec des valeurs moyennes horaires et la Fig. 4.5 montre sa variation au cours de la période 1996–1997.

À quelques reprises pendant l'année, des valeurs négatives de dissipation sont enregistrées. Elles sont associées à des périodes où l'étale des courants coïncide avec de forts vents ( $> 13 \text{ m s}^{-1}$ ) dans la majeure partie du domaine. Les forts courants étant concentrés dans l'axe détroit d'Hudson–bassin de Foxe, il arrive en effet que  $\int_{\text{domaine}} (|\mathbf{v}_h| - |\mathbf{v}_{\text{glace}}|) dS$  soit négatif.

La dissipation présente aussi une forte variabilité semi-diurne et bimensuelle, la dissipation variant avec le cube des courants. Pour juger de l'importance de cette dissipation glacielle, on utilisera l'estimation de la friction au fond moyenne obtenue avec le modèle harmonique (288 GW). La dissipation sous la glace en

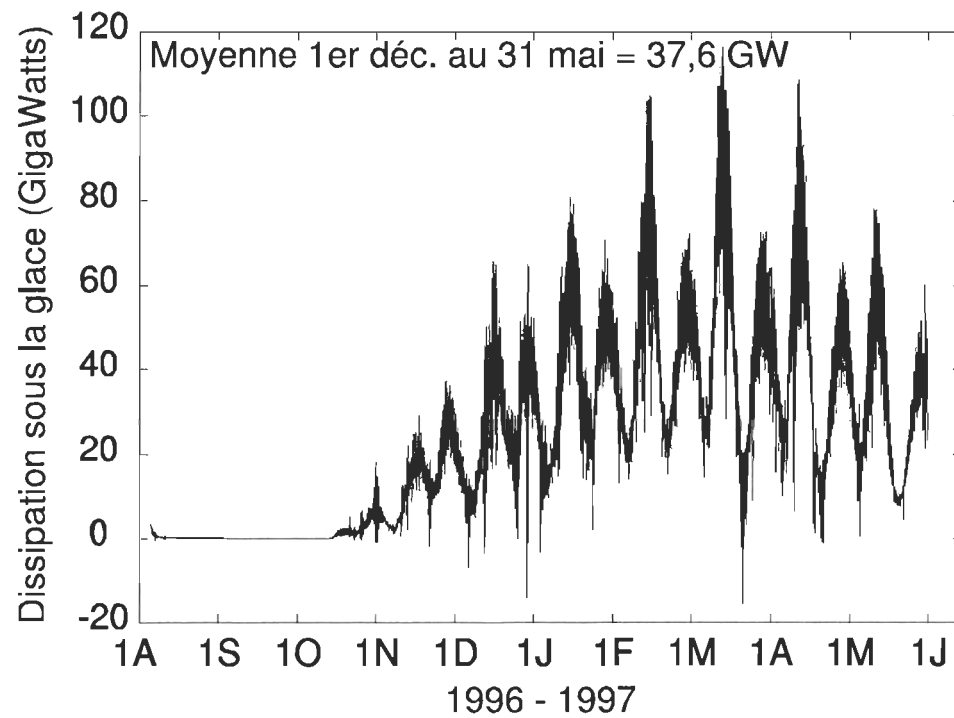


FIG. 4.5 – Évolution temporelle de la dissipation sous la glace, intégrée sur le système de la baie d'Hudson (modèle de S04).

représente 13 % (37,6 GW) du 1<sup>er</sup> décembre au 31 mai. Au maximum, la dissipation sous la glace atteint 42 % (120 GW) de la friction au fond moyenne aux vives-eaux du mois de mars.

C'est le flux d'énergie qui permet la dissipation associée aux marées, cette énergie provenant du travail effectué par les forces volumiques exercées dans l'océan Atlantique. L'océan Atlantique et la mer du Labrador étant pratiquement libres de glace en hiver, on peut émettre l'hypothèse que le flux d'énergie est à peu près constant pendant l'année. Si l'énergie stockée est constante, la dissipation totale (fond + couverture glacielle) est exactement balancée par le flux dans le système de la baie d'Hudson (forces volumiques négligeables) et la dissipation totale est aussi constante. Il est intéressant d'examiner dans quelle mesure la dissipation sous la glace représente effectivement un déplacement du mélange tidal, du fond vers la surface, ou au contraire une dissipation supplémentaire. L'examen des mesures CTD (§5) montre que l'onde  $M_2$  est effectivement amortie dans les mois d'hiver et donc il s'agit au moins en partie d'une dissipation supplémentaire, c'est-à-dire une source de mélange supplémentaire.

La distribution spatiale de la dissipation glacielle et sa mise en relation avec les conditions de glace sont présentées à la §5.

### 4.3 Discussion

Un mode normal de période 14,6 h suffit à représenter les observations et les résultats des modèles numériques antérieurs de la propagation de la marée  $M_2$

dans le SBH. L'oscillation quart de longueur d'onde de la baie d'Ungava pour des périodes près de  $M_2$  est un résultat robuste qui s'obtient sous différents domaines. Ce résultat ramène la question : y a-t-il résonance avec  $M_2$  ?

Le premier indice est évidemment donné par la période des modes. Or, les modes ici calculés ont le défaut de représenter des régions tronquées. Les domaines ouverts nécessitent une correction d'embouchure (*cf.* annexe B) qui accroît leur période d'une quantité difficile à estimer. Ainsi, la période de 12,4 h obtenue pour le SBH ouvert à l'est est inférieure à la valeur réelle. Le domaine avec une période de 14,6 h a ses frontières fermées mais celles-ci ne sont peut-être pas suffisamment étendues pour représenter l'Atlantique de façon adéquate. Dans ces conditions, la comparaison des périodes calculées avec  $T_{M_2}$  ne permet pas de conclure sur la question.

Un autre indice de résonance est un marnage particulièrement élevé. Les observations (Fig. A.1) montrent les forts marnages du détroit d'Hudson, mais aussi ceux du détroit de Davis qui semblent en être le prolongement naturel. Cela peut signifier que le système résonant correspond au SBH et une partie de la marge continentale tel qu'avancé par Drinkwater (1986). Cela peut aussi signifier que la réponse du SBH contribue significativement à la marée de la mer du Labrador.

En définitive, il n'est pas ici possible de conclure sur la résonance avec  $M_2$  à cause de la complexité du système. Mais les résultats obtenus (période de 14,6 h,  $Q_D^{SBH} = 5$ , concordance avec observations) suggèrent que la courbe du gain  $G(\omega)$  est probablement suffisamment élargie par  $Q$  pour qu'un mode voisin de  $M_2$  soit effectivement résonant.

La dissipation mécanique tidale a une signification climatique particulière dans le bassin riche en tributaires et où la glace mobilise autant d'eau douce. L'énergie dissipée au fond à l'embouchure de la baie James et au fond du détroit d'Hudson contribue au mélange des eaux douces qui ultimement gagnent la mer du Labrador et l'Atlantique. D'ailleurs, la signature des eaux de la baie d'Hudson est visible en surface jusqu'à Terre-Neuve (Mertz et al., 1993).

La friction sous la glace représente en moyenne une fraction non négligeable (13 % en hiver) de la friction au fond moyenne. Mais la répartition spatiale de cette friction est importante pour juger de son importance au plan du climat du bassin. Cette question est abordée à la §5.

La friction au fond exerce un contrôle déterminant sur la structure du mode de période 14, 6 h. De ce fait, le réalisme du mode pourrait être grandement amélioré par une paramétrisation plus réaliste de la friction. En effet, le coefficient de friction linéaire  $C_D|U|$  utilisé était uniforme sur la grille. Des variations spatiales de  $C_D|U|$  d'un facteur cinq sont concevables avec une bathymétrie naturelle.



# Chapitre 5

## Les glaces de mer et l'onde $M_2$

### 5.1 Introduction

Le système de la baie d'Hudson, qui est traversé par le cercle arctique, est considéré par l'Organisation hydrographique internationale comme une partie de l'océan Arctique. Les conditions climatiques arctiques y ayant cours sont favorables à la formation saisonnière de glace de mer. Ce type de glace est différent de la glace de rive se développant le long des côtes. La glace de mer est davantage chargée en sel et elle ne se forme pas nécessairement près des côtes. Son contenu en sel évolue au fil du temps, le sel percolant lentement hors de la glace et densifiant par le fait même la première couche océanique. Les glaces multi-annuelles sont d'ailleurs remarquables par leur transparence supérieure liée à la faible salinité. Elles sont parfois présentes dans le nord du bassin de Foxe mais pas ailleurs dans le système.

Il est utile d'avoir en tête quelques valeurs estimées par le modèle de S04 et comparables aux observations du Service canadien des glaces. La concentration glacielle<sup>1</sup> est supérieure à 75 % dans l'ensemble du système pendant six mois (décembre à juin). La concentration décroît ensuite lentement jusqu'à atteindre 25 % en juillet et puis des eaux presque libres en septembre. Le volume de la glace culmine au mois de mai, atteignant  $2000 \text{ km}^3$ , soit en moyenne 1,6 m d'épaisseur sur l'ensemble du bassin. La répartition précise de ces quantités est complexe. L'intensité de la production thermodynamique locale, les vents et l'advection contribuent tous à la concentration et à l'épaisseur de la glace.

Du point de vue d'une onde de marée, la présence de la glace de mer devient importante lorsque la couverture est suffisante pour que le confinement des côtes et les contraintes intra-plaques limitent la mobilité de la glace. Il en résulte une différence de vitesse entre la glace de mer et l'écoulement de marée en dessous, cette différence de vitesse étant analogue à celle existant entre le fond du bassin (immobile) et l'écoulement au dessus. Avec la viscosité de l'eau, il s'en suit une traînée paramétrisée quadratiquement

$$\tau_{glace} = \rho C_{DIO} |\mathbf{v}_h^{surf} - \mathbf{v}_{glace}| (\mathbf{v}_h^{surf} - \mathbf{v}_{glace}) \quad (5.1)$$

avec  $C_{DIO} = 4,5 \times 10^{-3}$  (S04). Comme pour la friction au fond, l'effet de la friction sous la glace est un amortissement de l'amplitude de l'onde et/ou un

---

<sup>1</sup> On définit ici la concentration glacielle comme la fraction  $0 < A < 1$  couverte de glace pour un élément de surface  $\Delta S$ . Dans le modèle de S04, un élément de surface  $\Delta S$  correspond à une cellule de la grille ( $100 \text{ km}^2$ ).

changement à la phase de l'onde. Ce phénomène a été décrit dans les régions polaires aussi tôt qu'en 1945 (Zubov 1945, rapporté par Godin 1986) et étudié par Godin (1986) et Prinsenberg (1988a) dans la baie d'Hudson. Godin disposait des relevés de la jauge de pression de sept ports. Prinsenberg disposait d'un mouillage de trois courantomètres près de Churchill (Manitoba).

La compréhension de la dynamique de l'onde  $M_2$  en présence de glaces de mer est d'intérêt pour le climat océanique du bassin. Il est attendu que dans les mois où la glace de mer est compacte, la friction y est suffisamment importante pour contribuer significativement à l'établissement de la couche de mélange hivernale. Le mélange en surface est autrement limité pour deux raisons. D'abord, la couverture glacielle empêche les vents de mélanger les eaux de surface. L'autre phénomène produisant du mélange en surface est l'instabilité subséquente aux rejets de sel en période de croissance glacielle. D'après S04, la croissance glacielle cesse au début mai alors que le volume de glace est maximal. La friction sous glace peut alors jouer un rôle important dans le mélange des premières couches.

Si on veut évaluer la friction, la seule observation des propriétés T,S des masses d'eau indique le résultat du mélange sans y attribuer clairement la responsabilité aux rejets de sel ou à la friction sous glace. Le modèle numérique de S04 permet de calculer la quantité d'énergie mécanique retirée de l'onde  $M_2$  et investie dans l'énergie potentielle (le mélange) des masses d'eau. Trois questions sont abordées dans ce chapitre. La première concerne la variation temporelle de l'énergie convertie en mélange pour le domaine complet. La seconde est la connaissance des régions où la friction joue un rôle important. Finalement, des valeurs d'am-

plitude et de phase de l'onde  $M_2$  sont tirées du modèle et comparées aux valeurs observées pour l'ensemble des mouillages de MERICA 2003–2005.

## 5.2 Résultats

### 5.2.1 La répartition de la dissipation sous la glace

La figure 4.5 a déjà montré l'énergie turbulente produite par la présence de la glace de mer dans l'ensemble du domaine du modèle de S04. La figure 5.1 a donne la répartition spatiale de cette dissipation. Il est remarquable de voir que les régions de dissipation importante coïncident avec celles de la dissipation au fond (Fig. 4.3), la célérité tidale cubique dominant l'expression 4.2.4. Mais la forte dissipation visible dans le bassin de Foxe n'est possible que si les glaces y sont relativement immobiles. Cela est cohérent avec S04 qui a simulé, dans la partie est du bassin de Foxe, des épaisseurs et des concentrations de glace parmi les plus fortes.

Il est important de noter que les dissipations montrées à la figure 5.1 a ne surviennent pas au même mois de l'hiver. En ce sens, la figure a représente une borne maximale sur la dissipation glacielle. La figure b précise à quel mois la dissipation maximale a été simulée en chaque point du bassin.

Une grande variabilité temporelle de la dissipation glacielle est visible malgré la simplicité de l'expression de friction quadratique (Éq. 5.1). Cette variabilité peut refléter des changements dans plusieurs paramètres : les courants tidaux, les vents, la concentration et/ou l'épaisseur de glace. Une première hypothèse serait

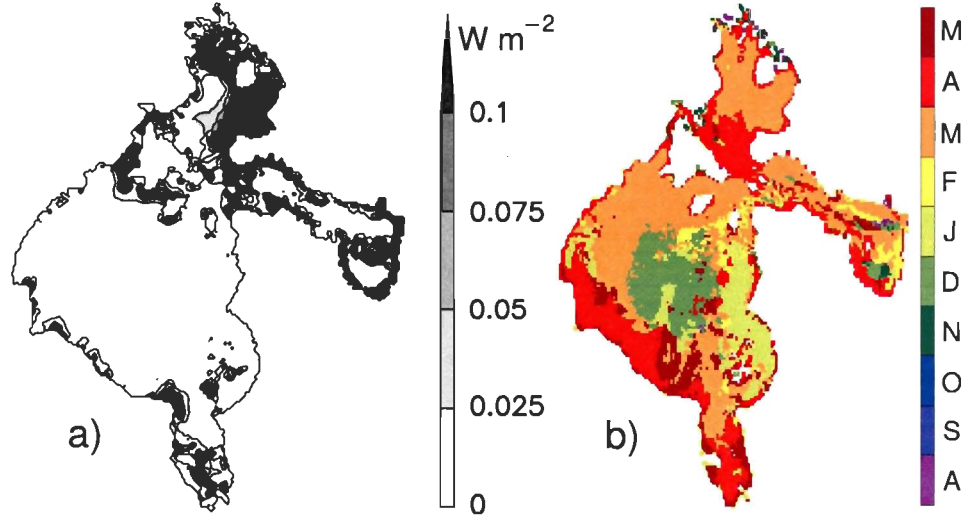


FIG. 5.1 – **a** Dissipation maximale ( $W m^{-2}$ ) enregistrée sous la glace en chaque point au cours de l'hiver 1996 avec le modèle de S04. **b** Mois durant lequel la dissipation maximale est atteinte.

que les glaces sont peu mobiles et que l'intensité des courants  $M_2$  détermine essentiellement les fluctuations de la dissipation. Or, les courants de surface  $M_2$  du modèle sont généralement minimaux aux mois où la dissipation est maximale (non montré). Les courants de surface  $M_2$  n'ont donc pas la variabilité temporelle des niveaux d'eau  $M_2$  (Fig. 5.2) ni celle de la dissipation (Fig. 5.1 **b**).

Si la variabilité temporelle de la célérité tidale n'explique pas celle de la dissipation, les quantités  $v_{glace}$  et  $A$  doivent être en cause (Éq. 5.1 et 4.2.4). En effet, les épisodes de dissipation glacielle importante sont assez cohérents avec les périodes de  $|v_{glace}|_{min}$  (Fig. 5.3 **a**) et de concentration glacielle  $A_{max}$  (**b**). Cela suggère que les épisodes de friction importants sont associés à des glaces à la fois étendues ( $A_{max}$ ) et peu mobiles ( $|v_{glace}|_{min}$ ).

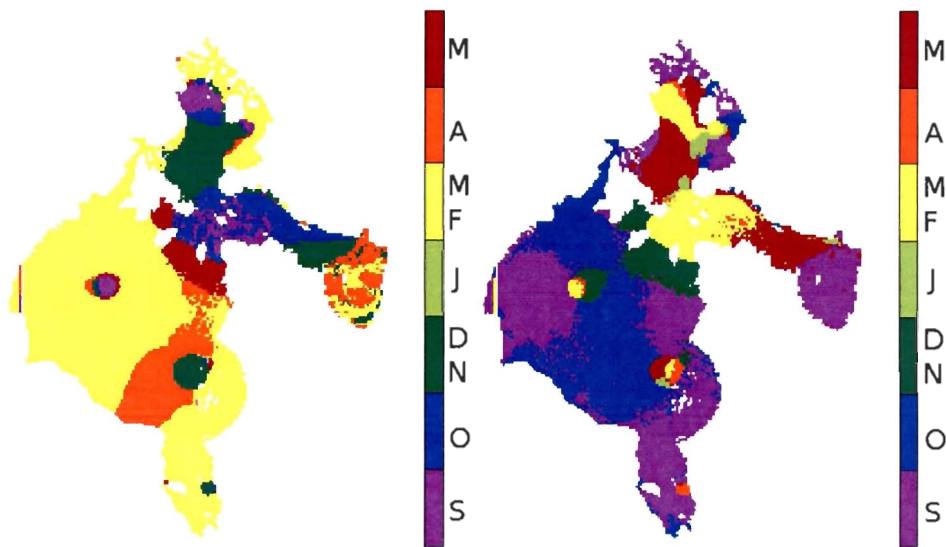


FIG. 5.2 – Mois durant lequel survient l'amplitude  $\eta_{M_2}$  **a** minimale et **b** maximale dans le modèle de S04. Les mois ne sont pas représentés par les mêmes couleurs qu'à la Fig. 5.1.

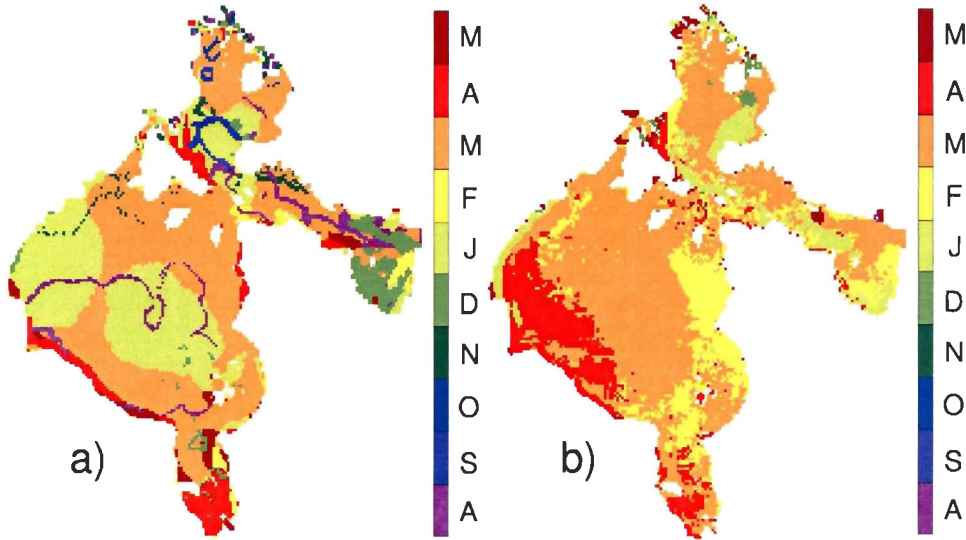


FIG. 5.3 – Mois auquel survient **a** la célérité  $|v_{glace}|$  minimale et **b** la concentration de glace  $A$  maximale dans le modèle de S04.

### 5.2.2 La propagation de $M_2$ en hiver

Les figures 5.4 et 5.6 montrent la variation temporelle de l'amplitude de l'onde  $M_2$  (mesure de la pression) au cours des campagnes MERICA (2003–2005). Le zéro correspond à la moyenne annuelle, une valeur positive à un gain et une valeur négative à un amortissement. Les intervalles de confiance à 95 % sont parfois importants, particulièrement dans les mois d'eaux libres (perturbations atmosphériques) et/ou près de la surface. Néanmoins ces intervalles sont généralement suffisamment faibles pour montrer une tendance significative.

Un amortissement a lieu dans la baie d'Hudson aux mois de janvier à mars. Cet amortissement coïncide avec une avance de phase (Fig. 5.5) pour les stations 7, 6 et 2. L'amortissement est aussi visible à la station 4 sans être accompagné d'un dé-

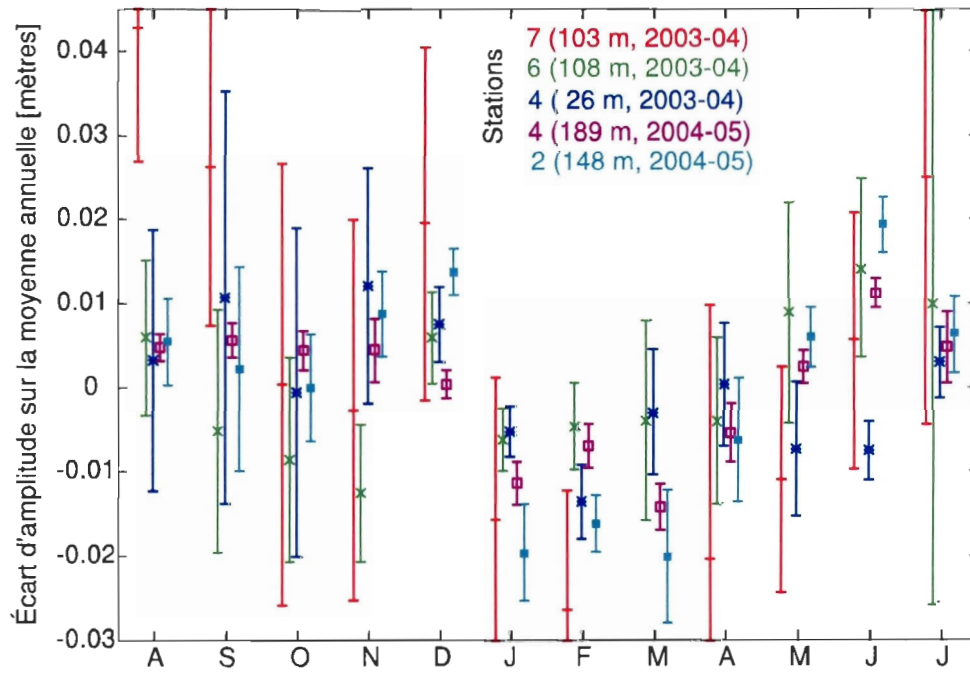
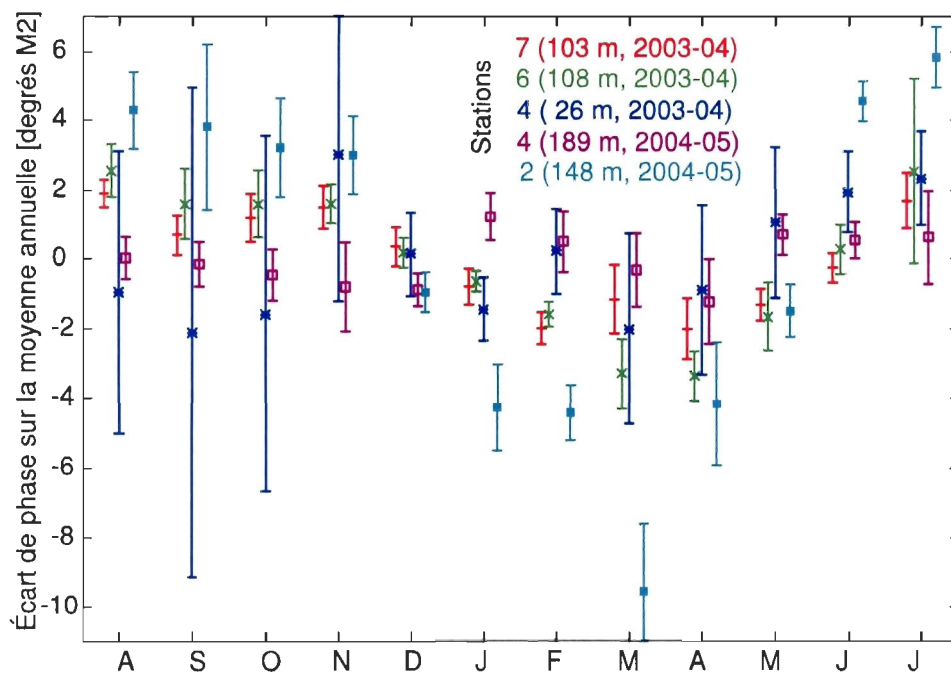


FIG. 5.4 – Amortissement de l'onde  $M_2$  sous la couverture de glace dans la baie d'Hudson.



FIG. 5.5 – Déphasage de l'onde  $M_2$  sous la glace de mer dans la baie d'Hudson.

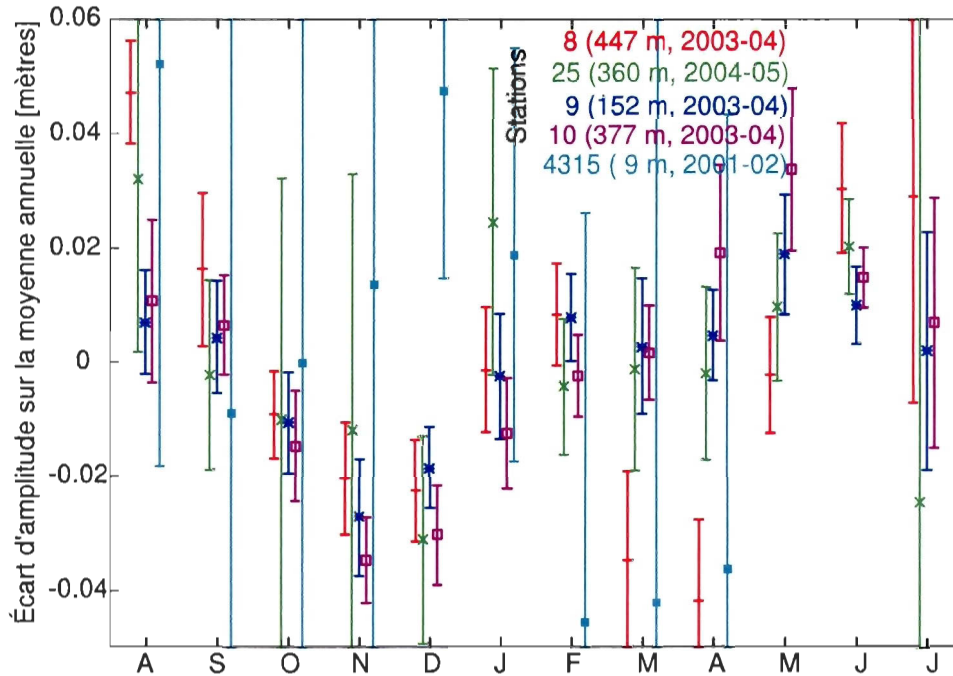


FIG. 5.6 – Amortissement de l'onde  $M_2$  sous la couverture de glace dans le bassin de Foxe, le détroit d'Hudson et la baie d'Ungava.

phasage significatif. Le comportement de l'amplitude et de la phase à la station 4 est similaire pour les deux années échantillonnées. Cette observation appuie l'idée que les variations se répètent chaque année et à la même période.

La figure 5.6 montre que l'amortissement a lieu deux à trois mois plus tôt dans le sud du bassin de Foxe (stations 8, 25 et 9) et à l'extrémité ouest du détroit d'Hudson (station 10). Il est possible que le volume de glace, dont la croissance est précoce au nord du système, est responsable du décalage temporel méridional de l'amortissement. Concernant le changement à la phase (Fig. 5.7), celui-ci ne coïncide pas avec l'amortissement, la phase ne fluctuant que peu pendant l'année

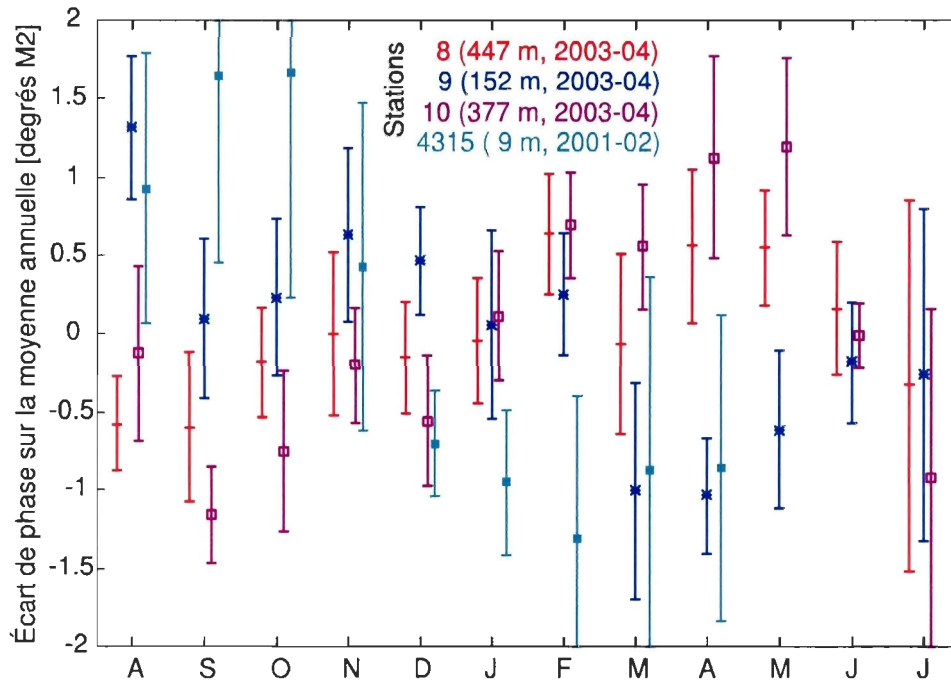


FIG. 5.7 – Déphasage de l'onde  $M_2$  sous la glace de mer dans le bassin de Foxe, le détroit d'Hudson et la baie d'Ungava.

(comparez l'échelle de la Fig. 5.7 à celle de la Fig. 5.5). À la station 25, la phase a la particularité de décroître monotoniquement tout au long de l'année. Ce résultat est considéré erroné et n'apparaît pas dans la figure 5.7.

Bien que les stations MERICA ne correspondent pas à celles échantillonnées par Godin (1986) et Prinsenberg (1988a), les résultats sont qualitativement les mêmes. Le déphasage observé dans la baie correspond à une avance plutôt qu'à un retard de la marée, appuyant l'idée d'une onde réfléchie plus faible en hiver. Et comme pour Godin, le déphasage est plus important sur la rive est de la baie que

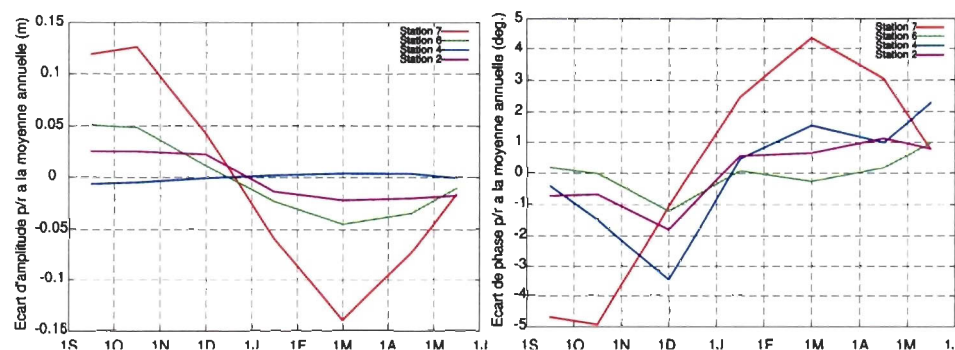


FIG. 5.8 – Variations saisonnières de **a** l'amplitude et de **b** la phase  $M_2$  aux stations de la baie d'Hudson dans le modèle de S04.

sur la rive ouest (stations 2 et 6 respectivement). En fait, l'onde atteignant la rive est a parcouru davantage de distance sous la glace.

La station de la baie d'Ungava (Leaf Basin, 4315) présente de grands intervalles d'amplitude. Mais ces erreurs se rapportent à une amplitude de cinq mètres et ce sont donc des erreurs relatives comparables à celles des autres stations. Néanmoins les intervalles d'amplitude sont trop grands pour identifier un cycle. La phase suggère une avance de décembre à avril mais la durée échantillonnée (dix mois) ne permet pas de conclure sur la présence d'un cycle annuel. Il est attendu qu'un cycle soit absent de la baie d'Ungava à cause des forts courants et de la plus grande mobilité des glaces non confinées à l'est (S04).

### 5.2.3 Comparaison modèle–observations

La figure 5.8 montre les résultats du modèle (1996-97) correspondant aux observations de la baie d'Hudson (Fig. 5.4 et 5.5). La comparaison pour l'amplitude

des stations 7, 6, 4 et 2 montre que le modèle donne la bonne variabilité temporelle. Mais pour ces stations, le modèle exagère l'amplitude des changements. Au plan de la phase, le modèle montre des déphasages du bon ordre de grandeur (en excluant la station 7) mais la tendance se compare mal aux observations.

Afin de comprendre la mauvaise reproduction du déphasage saisonnier à l'intérieur de la baie d'Hudson, des figures d'anomalies ont été examinées (non montré). Ces figures représentent la différence de phase entre un mois où la glace est importante (mai) et un mois d'eaux libres (septembre). Les figures montrent le déplacement des amphidromes entre les deux mois, ainsi que la formation de paires de lobes (une paire par amphidrome) dans l'axe longitudinal (zonal) de la baie. Les lobes d'une même paire se rejoignent en leur périphérie sur la position moyenne de l'amphidrome. Ces deux lobes correspondent à des zones d'avance et de retard de phase, respectivement. Il a été ici observé (non montré) que la réflexion d'ondes de Kelvin sur une paroi (Taylor 1920, tel que décrit dans LeBlond and Mysak 1978) auxquelles une friction est ajoutée (*cf.* Prinsenbergh, 1988a) reproduit ces lobes. La taille des lobes et l'intensité des déphasages associés sont contrôlées par l'amplitude de l'onde réfléchie, c'est-à-dire par le coefficient de friction. Il a ainsi été déterminé que la mauvaise reproduction du déphasage saisonnier est associée à une friction surestimée.

La station 7 est celle où les observations sont les moins bien reproduites. Cette station est située dans le détroit de Roes Welcome. Le détroit est étroit à l'échelle du modèle (10 km) et les phénomènes y sont mal résolus.

La figure 5.9 montre les résultats du modèle (1996-97) correspondant aux ob-

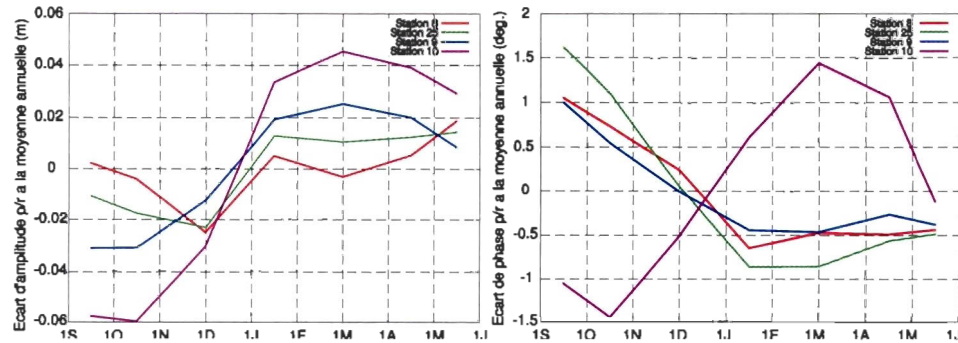


FIG. 5.9 – Variations saisonnières de **a** l'amplitude et de **b** la phase  $M_2$  aux stations du bassin de Foxe dans le modèle de S04.

servations du sud du bassin de Foxe et de l'ouest du détroit d'Hudson (Fig. 5.6 et 5.7). La comparaison pour l'amplitude des stations 8, 25, 9 et 10 montre que le modèle présente à la fois la bonne variabilité temporelle et les bonnes fluctuations d'amplitude. Au plan de la phase, la comparaison est plus difficile vue la dispersion des mesures observées. Néanmoins le modèle montre les bonnes tendances avec le bon ordre de grandeur aux stations 9 et 10.

### 5.3 Discussion

La comparaison des résultats du modèle avec les observations est parfois bonne et parfois difficile. Les valeurs sont plus rapprochées dans l'ouest du détroit d'Hudson et dans le sud du bassin de Foxe. Les amplitudes de la baie d'Hudson ont la bonne variabilité temporelle mais des fluctuations exagérées, alors que la phase est incorrecte. Il n'est pas étonnant que la reproduction soit plus difficile dans la baie d'Hudson. Cette région représente l'aval au sens du parcours de l'onde

$M_2$  et on y observe l'accumulation des erreurs. La surestimation de l'amortissement dans la baie suggère une modification à la paramétrisation de la friction sous la glace. À ce sujet, on trouve dans la littérature des coefficients très variés :  $10^{-3} < C_{DIO} < 5 \times 10^{-3}$  (Rheem et al. 2001, Lepage and Ingram 1991). On trouve aussi des coefficients variables dans le temps, par exemple un coefficient pour une glace d'hiver compacte et un autre à la débâcle. Un banc d'essai expérimentant différentes combinaisons est suggéré par les résultats ici présentés.

La dissipation sous la glace est essentiellement simulée dans le bassin de Foxe, dans la baie d'Ungava et dans la baie James (Fig. 5.1). Dans les cas de la baie James et du nord du bassin de Foxe, la turbulence produite a probablement un rôle significatif à jouer dans le mélange des eaux des tributaires avoisinants. Ces eaux comprennent les eaux arctiques transitant par le détroit de Fury et d'Hecla (nord du bassin de Foxe) ainsi que les eaux douces se déversant dans la baie James. Il serait intéressant d'effectuer une simulation sans friction sous la glace de mer, et de comparer les caractéristiques des eaux quittant le système vers la mer du Labrador.

Les simulations ont ici montré que la variabilité temporelle de la dissipation est dépendante de la couverture de glace de mer. Advenant des changements climatiques menant à une couverture hivernale réduite et des glaces mobiles, la contribution de la dissipation à la formation de la couche hivernale serait altérée. Il serait intéressant d'en estimer les conséquences pour le climat océanique de la baie avec le modèle numérique.

## Annexe A

### Observations et modèles de $M_2$

Les résultats du modèle harmonique peuvent être comparés aux valeurs rassemblées dans cette annexe. Le tableau A.1 présente les harmoniques  $M_2$  obtenues de l'analyse des mesures CTD mouillées aux stations indiquées en gras à la figure 1.1.

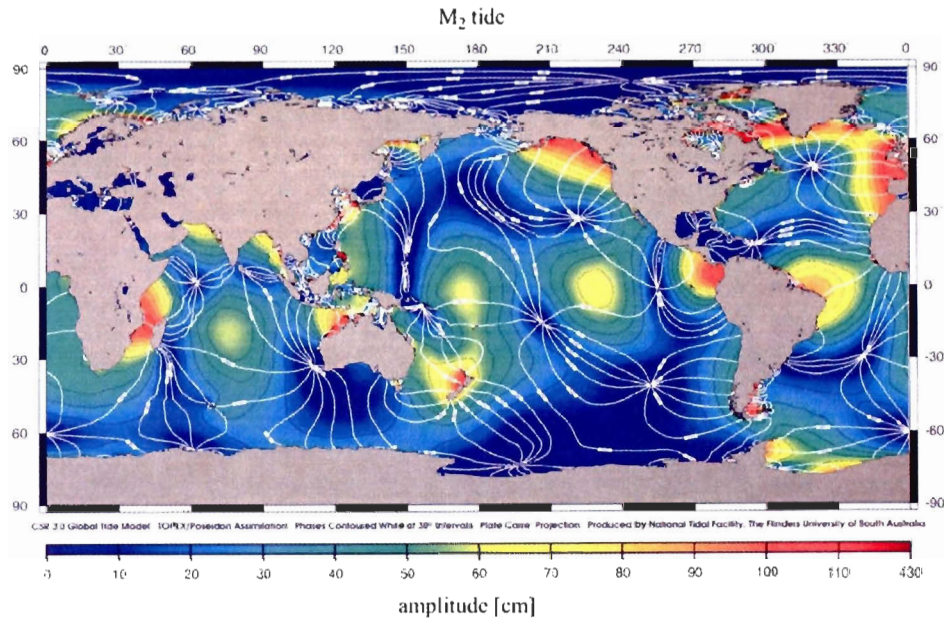
La figure A.1 est une carte de coamplitude/cophase de la marée  $M_2$  globale. Elle a été produite par l'analyse harmonique des mesures altimétriques satellitaires TOPEX/Poseidon. Ces mesures représentent notre meilleure connaissance de la marée  $M_2$ .

Les figures A.2, A.3, A.4, A.5 et A.6 représentent les valeurs des modèles de Freeman and Murty (1976), de Chandler et al. (1985) et de S04. Ces figures peuvent être comparées aux résultats correspondants du modèle harmonique (Fig. 3.1, 3.2 et 4.3).



Station	Amplitude (dbars)	Phase (° TUC)	Profondeur (m)	Période	Durée (jours)
2	$0,263 \pm 0,003$	$170,8 \pm 0,8$	148	2004-05	393
4	$0,183 \pm 0,002$	$243,0 \pm 0,8$	26	2003-04	363
4	$0,190 \pm 0,001$	$243,9 \pm 0,5$	189	2004-05	391
6	$0,740 \pm 0,005$	$335,1 \pm 0,5$	108	2003-04	352
7	$1,780 \pm 0,010$	$258,0 \pm 0,3$	103	2003-04	357
8	$1,403 \pm 0,005$	$160,1 \pm 0,2$	447	2003-04	369
9	$1,078 \pm 0,005$	$115,6 \pm 0,2$	152	2003-04	362
10	$1,305 \pm 0,006$	$59,3 \pm 0,3$	377	2003-04	361
4315	$4,99 \pm 0,03$ m	$43,6 \pm 0,3$	9	2001-02	308

TAB. A.1 – Harmoniques des mouillages Merica.

FIG. A.1 – Amplitude et lignes cotidales de la marée  $M_2$  globale (mesures altimétriques satellitaires assimilées). La figure a été produite par l'University of South Australia.

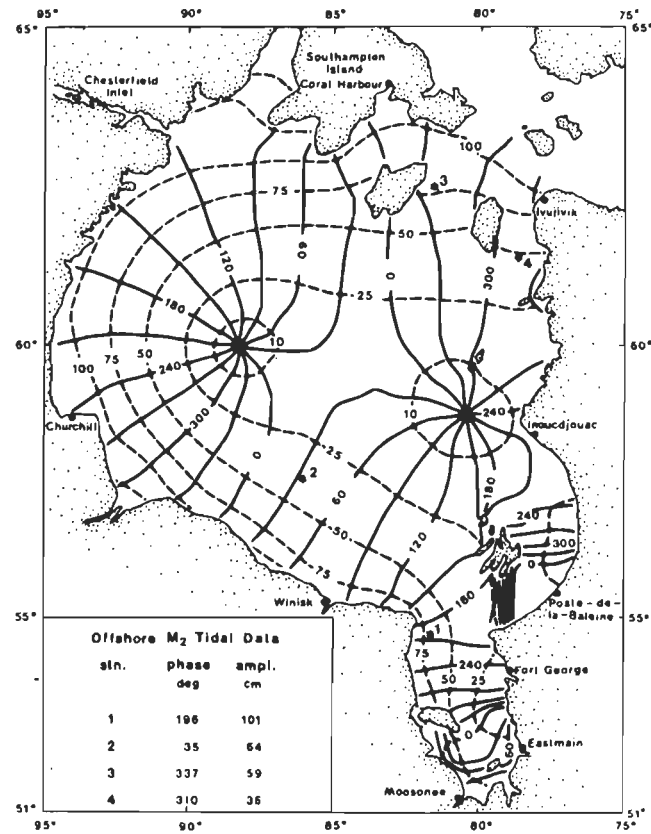
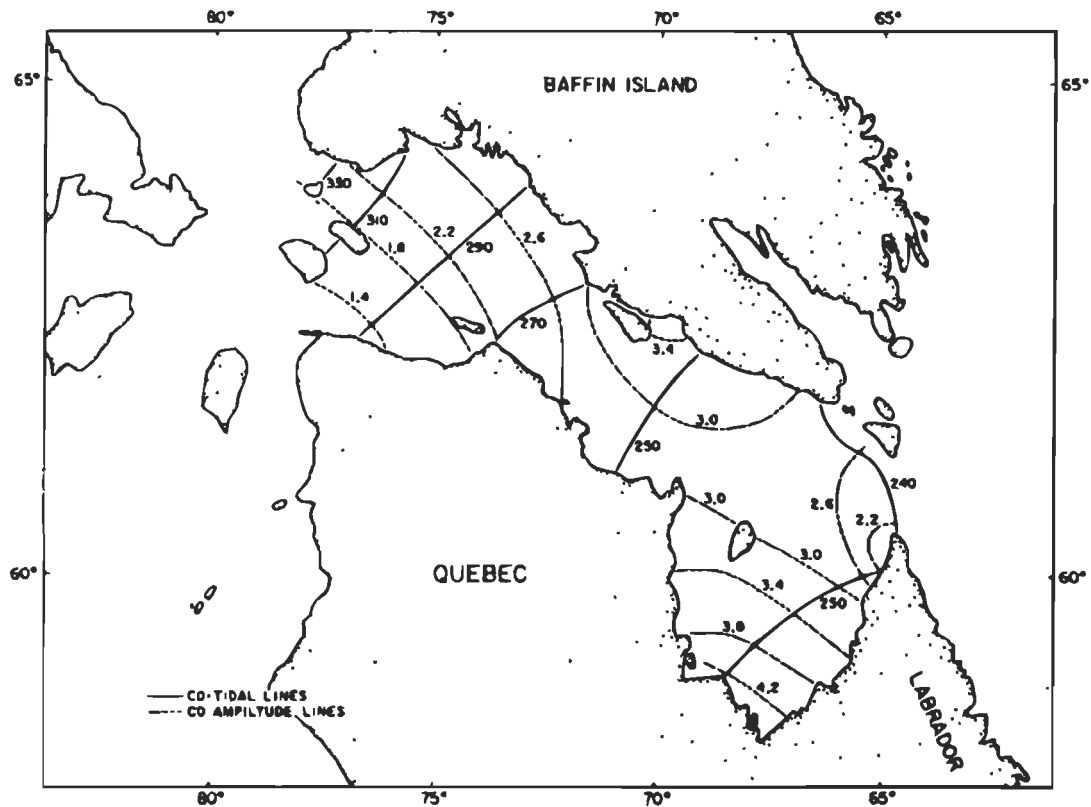


Figure 11.1.  $M_2$  co-oscillating tidal results from Freeman and Murty (1976) with cophase lines in GMT +5 (degrees) as solid lines and co-amplitude lines (cm) as dashed lines. Data listed on figure insert is of offshore tide gauge locations represented by \*.

FIG. A.2 – Amplitude et phase  $M_2$  dans la baie d'Hudson d'après le modèle numérique barotrope de Freeman and Murty (1976) (tiré de Prinsenbergh and Freeman, 1986).



**Figure 13.6** The coamplitude and cophase lines for the surface  $M_2$  tidal wave (from Chandler et al., 1985). The cophase lines are in degrees relative to GMT+4 hr time zone.

FIG. A.3 – Amplitude et phase  $M_2$  dans le détroit d'Hudson et la baie d'Ungava d'après le modèle numérique de Chandler et al. (1985) (tiré de Drinkwater, 1986).

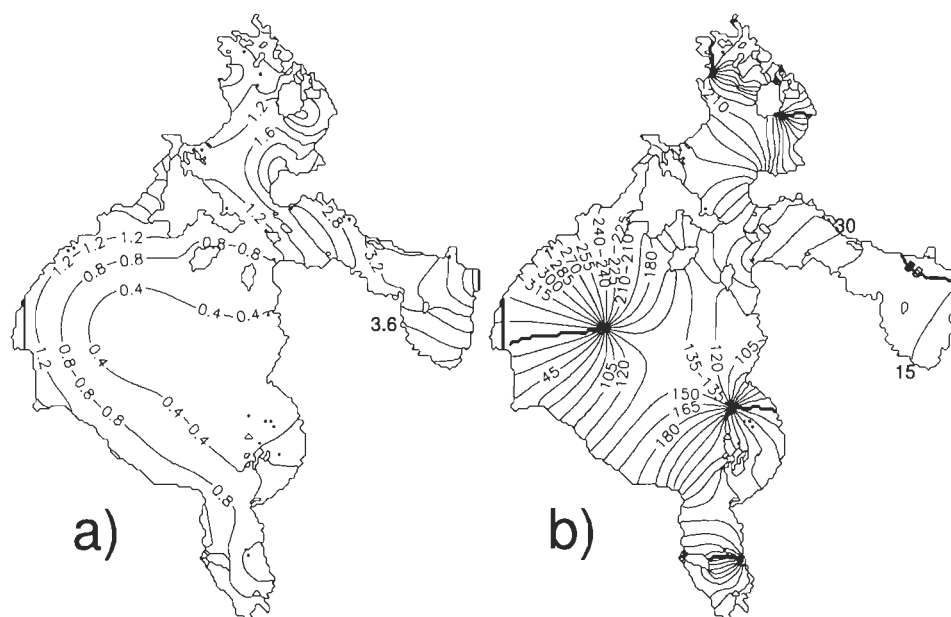


FIG. A.4 – **a** Amplitude (m) et **b** phase ( $^{\circ}$  TUC) des niveaux d'eau de la marée  $M_2$  au mois de septembre 1996 pour le modèle de S04.

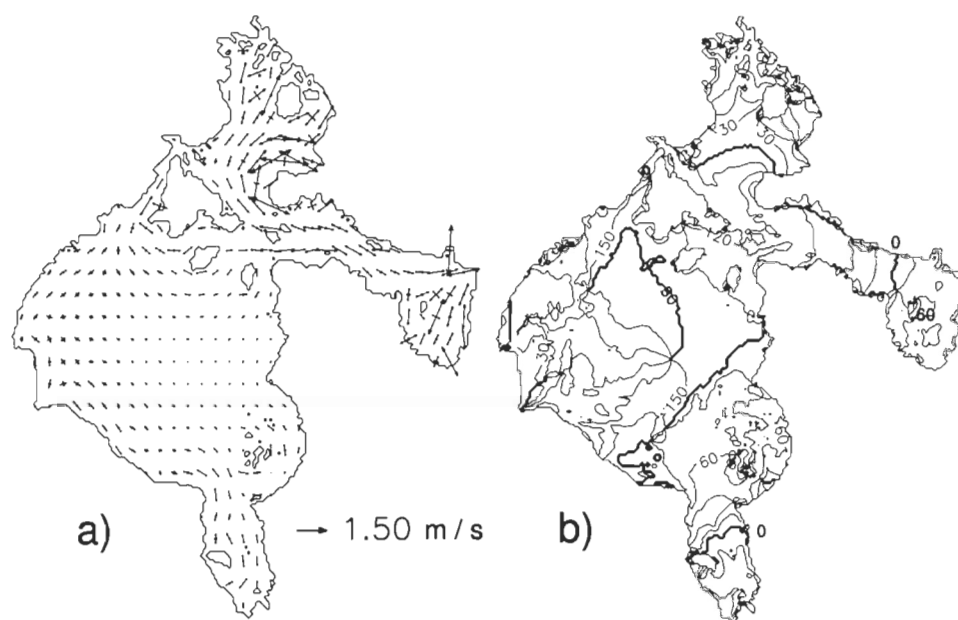


FIG. A.5 – **a** Ellipse et **b** phase ( $^{\circ} \pm 180$  TUC) des courants moyennés sur la verticale et de fréquence  $M_2$  pour le modèle de S04.

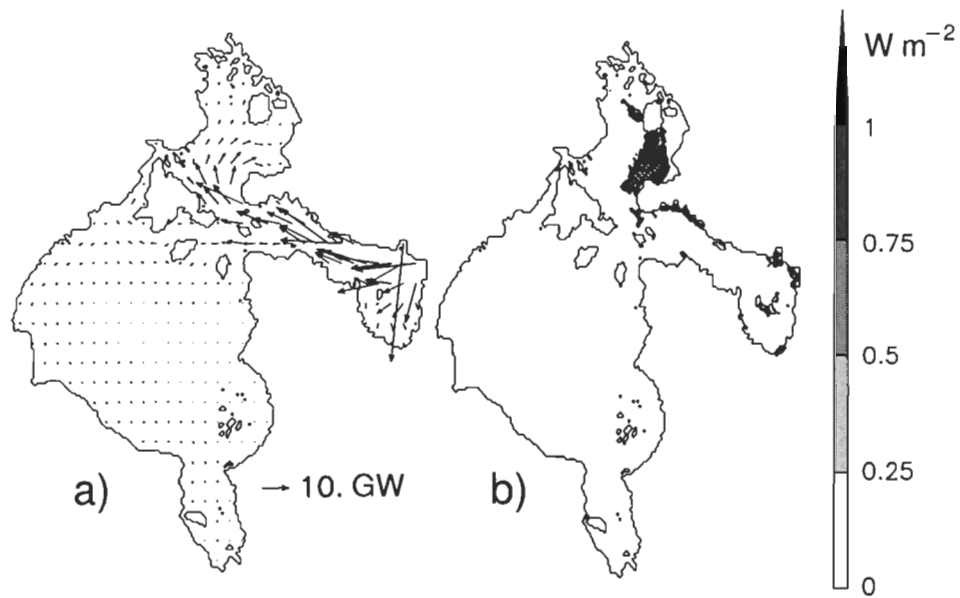


FIG. A.6 – **a** Flux d'énergie et **b** dissipation au fond moyens pour le modèle de S04. La dissipation interne  $\int_{-H}^{\eta} \rho \mathbf{v}_h \cdot \frac{\partial}{\partial z} A \mathbf{v} \frac{\partial \mathbf{v}_h}{\partial z} dz$  n'est pas incluse dans ces valeurs.

## Annexe B

### La cooscillation

Le phénomène de la cooscillation est mieux introduit par le travail de Rao et al. (1976) sur un bassin fermé, le lac Michigan. Ce lac comporte un sous-bassin nommé Green Bay. Les auteurs notent que les équations de Laplace ont un sous-ensemble de solutions (modes) où la majeure partie de l'énergie est dans Green Bay. Ces solutions sont de nouveau obtenues lorsque le calcul est restreint à la baie, celle-ci étant alors ouverte avec une ligne nodale imposée en son embouchure. L'ensemble des modes d'un bassin (son spectre) est donc densifié par des sous-ensembles correspondant aux modes des sous-bassins<sup>1</sup>.

La baie d'Hudson est un bassin très différent du Lac Michigan, notamment par l'importance de son ouverture sur l'Atlantique. En ce sens il est plutôt analogue à Green Bay et on peut penser que les modes de la baie d'Hudson forment un sous-ensemble des modes de l'Atlantique. Le calcul des modes normaux de

---

<sup>1</sup>À strictement parler, il n'y a qu'un seul mode de cooscillation pour un bassin ouvert. C'est le mode de plus longue période, parfois appelé «quart de longueur d'onde» ou «mode d'Helmholtz».

l'Atlantique à une résolution satisfaisante<sup>2</sup> étant difficilement réalisable, il est nécessaire de se restreindre aux alentours de la baie d'Hudson en établissant des lignes nodales (des frontières ouvertes) ou en n'adjoignant qu'une partie de l'Atlantique.

La modélisation d'un bassin ouvert idéal (*e.g.* une baie) avec une ligne nodale en son embouchure est fréquente dans la littérature. Le mode fondamental de la baie correspond alors à la moitié d'un système imaginaire où la baie est en fait connectée à son image, *cf.* Defant (1961). La ligne nodale fait office de plan de réflexion. Il est alors nécessaire d'évaluer la correction d'embouchure (end correction, *e.g.* Defant, 1961). Elle correspond à la prise en compte de l'effet des mouvements latéraux sur la période des oscillations ( $\lambda \uparrow$ ,  $T \uparrow$ ,  $\omega \downarrow$ ). L'effet est évidemment plus grand lorsque l'embouchure est large par rapport à la longueur de la baie. En pratique, la correction d'embouchure est difficile à évaluer pour des bassins de géométrie complexe.

La cooscillation est donc une forme de forçage mécanique pour un bassin ouvert, par exemple une baie connectée à un autre bassin plus grand (qu'on nommera réservoir) par une ouverture. La baie est alors forcée à son embouchure par les oscillations incidentes  $\eta_{inc}$  du réservoir. La baie répond aux ondes incidentes et irradie à son tour des ondes dans le réservoir. Le niveau d'eau observé dans le réservoir et à proximité du bassin cooscillant est la somme des ondes incidentes  $\eta_{inc}$  et de la réponse du bassin cooscillant. En d'autres mots,  $\eta_{inc}$  correspond à

---

<sup>2</sup>La résolution doit être suffisante pour ne pas affecter la fréquence (*cf.* annexe C.11) et la structure des modes.



l'amplitude qui serait observée dans le réservoir si l'embouchure de la baie était fermée (Garrett, 1975).

Si on suppose  $\eta_{inc}$  connu, la réponse  $\eta(\omega)$  du bassin au forçage de cooscillation peut être décomposée en une série tronquée de ses  $N$  modes normaux dont la fréquence propre  $\omega_j$  est voisine du forçage de cooscillation (Platzman, 1991) :

$$\eta(\omega, \mathbf{r}_h) = \eta_{inc}(\omega) \sum_{j=1}^N S_j(\mathbf{r}_h) \left( \frac{\omega_j - \omega}{\omega_j} \right)^{-1} \quad (\text{B.1})$$

La somme s'effectue sur les  $N$  modes normaux voisins de  $\omega$  et le facteur de résonance  $\frac{\omega_j}{\omega_j - \omega}$  favorise la réponse dans le mode le plus près de  $\omega$ . Le facteur  $S_j(\mathbf{r}_h)$  représente le facteur de forme du mode (son amplitude relative selon la position). Dans le cas des bassins océaniques, le rôle du forçage  $\eta_{inc}(\omega)$  est plutôt joué par le potentiel gravitationnel.

Si la réponse est principalement dans un mode et qu'une certaine dissipation (caractérisée par le facteur de qualité  $Q$ ) est prise en compte, l'équation B devient (Garrett, 1972)

$$\eta(\omega, \mathbf{r}_h) = \eta_{inc}(\omega) S_j(\mathbf{r}_h) \left( \frac{\omega_j - \omega}{\omega_j} - \frac{i}{2Q} \right)^{-1} \quad (\text{B.2})$$

Le facteur de qualité  $Q$  a deux contributions : l'énergie dissipée en friction et l'énergie irradiée hors de la baie à chaque période (e.g. Chapman and Giese, 2001).

## Annexe C

# L'implantation du schème de Platzman

L'opérateur  $\tilde{\mathcal{L}}$  défini à la §2.2.2 peut-être réécrit en fonction des parties spatiales  $(Z, U, V)(\mathbf{r}_h)$  de  $(\eta, \mathbf{v}_h)(\mathbf{r}_h, t)$  :

$$-i \begin{pmatrix} 0 & \frac{\hat{c}}{\partial x} H & \frac{\hat{c}}{\partial y} H \\ g \frac{\hat{c}}{\partial x} & 0 & -f \\ g \frac{\hat{c}}{\partial y} & f & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z \\ U \\ V \end{pmatrix} = \omega \begin{pmatrix} Z \\ U \\ V \end{pmatrix} \quad (\text{C.1})$$

puis devenir hermitien avec un changement de variables qui adopte des dimensions de longueur :

$$\underbrace{-i \begin{pmatrix} 0 & \frac{\hat{c}}{\hat{c}x} \sqrt{gH} & \frac{\hat{c}}{\hat{c}y} \sqrt{gH} \\ \sqrt{gH} \frac{\hat{c}}{\hat{c}x} & 0 & -f \\ \sqrt{gH} \frac{\hat{c}}{\hat{c}y} & f & 0 \end{pmatrix}}_{\mathcal{L}} \underbrace{\begin{pmatrix} Z \\ \sqrt{\frac{H}{g}} U \\ \sqrt{\frac{H}{g}} V \end{pmatrix}}_{\mathbf{a}} = \omega \begin{pmatrix} Z \\ \sqrt{\frac{H}{g}} U \\ \sqrt{\frac{H}{g}} V \end{pmatrix} \quad (\text{C.2})$$

L'hermiticité sera préservée avec un développement aux différences finies adéquat. Soit  $\tilde{U}_{j,k} = \sqrt{\frac{H_{j-1/2,k}}{g}} U$  et  $\tilde{V}_{j,k} = \sqrt{\frac{H_{j,k-1/2}}{g}} V$  les composantes de courant transformées pour avoir des unités de longueur,  $H_{j,k}$  la profondeur au centre de la cellule et  $f_{j,k}$  la rotation au même endroit, on peut explicitement coder le schème de cette manière (N.B. :  $U_{j,k}$  est à gauche et  $V_{j,k}$  en bas dans la cellule) :

$$\begin{aligned} -i\omega Z_{j,k} &= -\sqrt{g} \frac{\sqrt{H_{j+\frac{1}{2},k}} \tilde{U}_{j+1,k} - \sqrt{H_{j-\frac{1}{2},k}} \tilde{U}_{j,k}}{\Delta x} \\ &\quad -\sqrt{g} \frac{\sqrt{H_{j,k+\frac{1}{2}}} \tilde{V}_{j,k+1} - \sqrt{H_{j,k-\frac{1}{2}}} \tilde{V}_{j,k}}{\Delta y} \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

$$\begin{aligned} -i\omega \tilde{U}_{j,k} &= -\sqrt{gH_{j-\frac{1}{2},k}} \frac{Z_{j,k} - Z_{j-1,k}}{\Delta x} \\ &\quad + \frac{1}{4} (f_{j-\frac{1}{4},k+\frac{1}{4}} \tilde{V}_{j,k+1} + f_{j-\frac{3}{4},k+\frac{1}{4}} \tilde{V}_{j-1,k+1} \\ &\quad + f_{j-\frac{3}{4},k-\frac{1}{4}} \tilde{V}_{j-1,k} + f_{j-\frac{1}{4},k-\frac{1}{4}} \tilde{V}_{j,k}) \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

$$\begin{aligned}
-i\omega\tilde{V}_{j,k} = & -\sqrt{gH_{j,k-\frac{1}{2}}}\frac{Z_{j,k}-Z_{j,k-1}}{\Delta y} \\
& -\frac{1}{4}(f_{j+\frac{1}{4},k-\frac{1}{4}}\tilde{U}_{j+1,k} + f_{j-\frac{1}{4},k-\frac{1}{4}}\tilde{U}_{j,k} \\
& + f_{j-\frac{1}{4},k-\frac{3}{4}}\tilde{U}_{j,k-1} + f_{j+\frac{1}{4},k-\frac{3}{4}}\tilde{U}_{j+1,k-1}) \quad (C.5)
\end{aligned}$$

Pour le calcul du terme de Coriolis, une simple pondération de 1/4 est accordée aux quatre courants contigus tel que proposé par Ramming and Kowalik (1980). Les composantes  $\tilde{U}$ ,  $\tilde{V}$  étant fonctions de la profondeur, ceci constitue une des faiblesses de l'implantation actuelle. Autre difficulté, le paramètre de Coriolis doit nécessairement être interpolé entre les  $U$  et les  $V$  pour préserver l'hermiticité.

À l'instar de Rodriguez (1984) c'est l'opérateur imaginaire  $\mathcal{L}$  qui est utilisé en double précision (double complex). Le schème original de Platzman utilise l'opérateur réel  $\mathcal{L}^2$  par économie de mémoire. Cela complique la procédure et  $\mathcal{L}^2$  aurait, selon Rodriguez, un conditionnement inférieur à  $\mathcal{L}$ . Le problème aux valeurs propres est résolu à la précision machine.

## C.1 Résolution du système d'équations

Ainsi défini, le problème aux valeurs propres  $\mathcal{L}\mathbf{a} = \omega\mathbf{a}$  implique un opérateur purement imaginaire et hermitien d'ordre  $n = n_\eta + n_u + n_v$  où  $n$  est le nombre

de degrés de liberté non triviaux (*i.e.* se rapportant à des cellules mouillées). Il est connu (*e.g.* Platzman, 1975) que ce problème admet des valeurs propres  $\omega \in \mathbb{R}$ . Les solutions obtenues sont de deux classes, les modes de vorticité et les modes de gravité (*cf.* LeBlond and Mysak, 1978). Les modes de la marée correspondent aux modes de gravité de l'échelle du bassin. Ces modes sont situés au centre du spectre des solutions, entre les modes de vorticité (longues périodes) et les modes de gravité de courtes périodes.

La librairie mathématique ARPACK est utilisée pour résoudre le système d'équations. Avec cette librairie, des modes situés à l'intérieur du spectre peuvent être calculés directement.

## C.2 La friction au fond

L'algorithme d'Arnouldi utilisé par ARPACK permet la résolution d'opérateurs non hermitiens. Une perturbation linéaire est donc ajoutée à l'équation du mouvement 2.1, soit une friction sur le fond de la forme

$$\frac{\partial \boldsymbol{\tau}}{\partial z} = \rho \frac{8}{3\pi} \frac{C_D}{H} (\mathbf{e}_1 |U| v_1(t) + \mathbf{e}_2 |V| v_2(t)) \quad (\text{C.6})$$

avec  $C_D = 2,5 \times 10^{-3}$ . Le facteur  $8/3\pi$  est le coefficient de Fourier en  $\omega$  pour la friction quadratique  $\boldsymbol{\tau} = \rho C_D |\mathbf{v}_h| \mathbf{v}_h$  (Jeffreys, 1976). Les quantités  $|U|$ ,  $|V|$  sont posées constantes et uniformes    $|U| = |V| = 1 \text{ m s}^{-1}$  (*cf.* Sutherland et al., 2005) mais elles pourraient être évaluées par une simulation préliminaire ou par l'assimilation de mesures altimétriques satellitaires. Il est admis que le choix de

$|U| = |V| = 1 \text{ m s}^{-1}$  signifie que la friction est surestimée dans la plupart du domaine et sous-estimée dans la partie est du bassin de Foxe.

La perturbation s'inscrit dans la diagonale principale de  $\mathcal{L}$  et les fréquences  $\omega$  obtenues comportent désormais une partie imaginaire. Il en suit un amortissement temporel des amplitudes des modes libres (e.g. Defant, 1961) qu'on peut quantifier avec un facteur de qualité  $Q_D$ . La partie réelle de  $\omega$  est aussi légèrement différente de sa valeur non visqueuse. Par exemple, l'équation du mouvement (Éq. 2.1, réduite à une dimension), lorsque exprimée en fonction du déplacement  $\xi = \int u dt$  et combinée à l'équation de continuité (Éq. 2.2), s'exprime comme (Defant, 1961) :

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\beta \frac{\partial \xi}{\partial t} + \sqrt{gH} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \quad (\text{C.7})$$

avec  $\beta = \frac{8}{3\pi} \frac{C_D}{H} |U| > 0$  dans notre cas. Une solution de la forme  $\xi = \xi_0 e^{i(kx - \omega t)}$  satisfait l'équation si  $\omega = \sqrt{gHk^2 - \beta^2/4} - i\beta/2$ . La partie imaginaire de  $\omega$  implique un amortissement exponentiel en  $\beta/2$  pour le déplacement  $\xi$ . L'énergie moyenne  $\overline{E}$  étant proportionnelle au carré de l'amplitude,

$$\frac{\partial \overline{E}}{\partial t} \propto -\beta = 2\Im(\omega) \quad (\text{C.8})$$

$$Q_D = \frac{\Re(\omega) \overline{E}}{\frac{\partial \overline{E}}{\partial t}} = \frac{\Re(\omega)}{2\Im(\omega)} \quad (\text{C.9})$$

La période du  $n^e$  mode d'une baie simple est affectée comme :

$$T(\beta \neq 0) \approx T_0 \left( 1 + \frac{\beta^2 T_0^2}{32\pi^2} \right) \quad (\text{C.10})$$

La friction  $\beta$  n'apparaissant qu'au deuxième ordre dans C.10,  $T$  change peu sous les valeurs  $\beta$  rencontrées dans le domaine.

### C.3 L'assemblage de la grille

Une fois le domaine à simuler établi, la résolution de la grille est déterminée en fonction de la puissance du calculateur et des bases de données bathymétriques disponibles. Sur ce plan, les données d'Etopo2' (Smith and Sandwell (1997), deux minutes de résolution) et d'Etopo5' (NOAA 1988, cinq minutes) ont été comparées aux cartes du Service Hydrographique du Canada. Malgré sa résolution supérieure, Etopo2' est écartée en regard à sa pauvre reproduction du détroit d'Hudson et de la baie d'Ungava. Etopo5' se compare généralement bien aux cartes du SHC.

La résolution locale d'Etopo5' étant comparable à la maille choisie (10 km), les profondeurs sont directement interpolées bilinéairement à partir de la base de données. Une projection stéréographique polaire vraie à 60° N assure une échelle spatiale uniforme à quelques millièmes près.

Pour les bassins côtiers, le réalisme de la profondeur moyenne de la grille est d'une importance cruciale pour la période des modes calculés. En effet, une onde longue dans une baie (longueur  $L$ ) plutôt lisse (profondeur moyenne  $\bar{H}$ ) aura une

période  $T_0 = 4L / \left( n\sqrt{g\bar{H}} \right)$  pour le  $n^e$  mode. Une erreur de  $\delta\bar{H}$  modifiera au premier ordre la période du mode comme

$$T(\bar{H}' = \bar{H} + \delta\bar{H}) \approx T_0 \left( 1 - \frac{\delta\bar{H}}{2\bar{H}} \right) \quad (\text{C.11})$$

À l'échelle du système de la baie d'Hudson ( $\bar{H} \approx 130$  m) une erreur  $\delta\bar{H} = 10$  m provoque une erreur  $\delta T = 0,5$  h sur  $T_{M_2}$ .



# Bibliographie

- Arbic, B., Garner, S., 2006. Mode conversion and dissipation in a global baroclinic tide model. *Eos Trans. AGU*, 87(36), Ocean Sci. Meet. Suppl., Abstract OS23L-02.
- Backhaus, J., 1985. A three-dimensional model for the simulation of shelf sea dynamics. *Deutsche hydrographische Zeitschrift*. Hamburg. 38 (4), 165–187.
- Boer, G., Flato, G., Ramsden, D., 2000. A transient climate change simulation with greenhouse gas and aerosol forcing : Projected climate change in the 21st century. *Clim. Dyn.* 16, 427–450.
- Chandler, P., de Margerie, S., Covill, J., 1985. Numerical modelling of tides in Hudson Strait and Ungava Bay. Tech. rep., Martec Ltd., 5670 Spring Garden Rd., Halifax, N.S., Canada.
- Chapman, D., Giese, G., 2001. Seiches. In : Steele, J., Turekian, K., Thorpe, S. (Eds.), *Encyclopedia of Ocean Sciences - (S)*. Vol. 5. Academic Press, UK, pp. 2724–2731.
- Defant, A., 1961. *Physical Oceanography*. Pergamon Press.
- Drinkwater, K., 1986. Physical oceanography of Hudson Strait and Ungava Bay. In : Martini, I. (Ed.), *Canadian Inland Seas*. Elsevier oceanography series, pp. 237–261.
- Drinkwater, K., 1988. On the mean and tidal currents in Hudson Strait. *Atmosphere-Ocean* 26 (2), 252–266.
- Egbert, G., Ray, R., October 2001. Estimates of  $M_2$  tidal energy dissipation from Topex/Poseidon altimeter data. *J. Geophys. Res. (C Oceans)*. 106 (C10), 22.

- Foreman, M., 1978. Manual for tidal currents analysis and prediction. Tech. rep., Institute of Ocean Sciences, Patricia Bay, Sidney, B.C. (Canada).
- Freeman, N., Murty, T., 1976. Numerical modeling of tides in Hudson Bay. *J. Fish. Res. Board Can.* 33 (10), 2345–2361.
- Garrett, C., 1972. Tidal resonance in the Bay of Fundy and Gulf of Maine. *Nature, Lond.* 238 (5365), 441–443.
- Garrett, C., Jan. 1975. Tides in gulfs. *Deep Sea Research and Oceanographic Abstracts* 22 (1), 23–35.
- Godin, G., 1976. The use of the admittance function for the reduction and interpretation of tidal records. Tech. rep., Department of the Environment, Ottawa, Ont., (Canada). Marine Science Directorate.
- Godin, G., 1986. Modification by an ice cover of the tide in James Bay and Hudson Bay. *Arctic.* 39 (1), 65–67.
- Gotlib, VYu ; Kagan, B., 1982. Numerical simulation of tides in the World Ocean : 3. A solution to the spectral problem. *Deutsche hydrographische Zeitschrift.* Hamburg. 35 (2), 45–58.
- Ingram, R., Prinsenberg, S., 1998. Coastal oceanography of Hudson Bay and surrounding eastern Canadian Arctic waters. In : Robinson, A., Brink, K. (Eds.), *The Sea*. Vol. 11. Chichester UK Wiley, pp. 835–861.
- Jeffreys, H., 1921. Tidal friction in shallow seas. *Philos. trans. R. Soc. Lond. A* 221, 239–264.
- Jeffreys, H., 1976. *The Earth*. Cambridge University Press.
- LeBlond, P., Mysak, L., 1978. *Waves in the ocean*. Elsevier.
- Lepage, S., Ingram, R., 1991. Variation of upper layer dynamics during breakup of the seasonal ice cover in Hudson Bay. *Journal of Geophysical Research. C. Oceans.* 96 (C7), 12711–724.
- Luther, D., 1983. Why haven't you seen an ocean mode lately ? *Ocean modelling* 50, 1–6.

- Mertz, G., Naranayan, S., Helbig, J., 1993. The freshwater transport of the Labrador Current. *Atmosphere-Ocean* 31, 281–295.
- Miles, J., Munk, W., 1961. Harbor paradox. *Journal of the Waterways and harbors division, proceedings of the american society of civil engineers* 87, 111–130.
- NOAA, 1988. Digital relief of the surface of the Earth. Tech. rep., National Geophysical Data Center, Boulder, Colorado.
- Pawlowicz, R., Beardsley, B., Lentz, S., Oct. 2002. Classical tidal harmonic analysis including error estimates in Matlab using T-Tide. *Computers & Geosciences* 28 (8), 929–937.
- Platzman, G., 1972. Two-dimensional free oscillations in natural basins. *J. Phys. Oceanogr.* 2, 117–138.
- Platzman, G., April 1975. Normal modes of the Atlantic and Indian oceans. *Journal of physical oceanography* 5 (2), 201.
- Platzman, G., 1978. Normal modes of the World Ocean. Part 1 : Design of a finite element barotropic model. *Journal of Physical Oceanography*. 8.
- Platzman, G., 1979. Effects of multiple connectivity on a finite-element barotropic model. *J. Phys. Oceanogr.* 9 (6), 1276–1283.
- Platzman, G., 1984a. Normal modes of the World Ocean. Part 3 : A procedure for tidal synthesis. *Journal of Physical Oceanography*. 14 (10), 1521–1531.
- Platzman, G., 1984b. Normal modes of the World Ocean. Part 4 : Synthesis of diurnal and semidiurnal tides. *Journal of Physical Oceanography*. 14 (10), 1532–1550.
- Platzman, G., 1991. Tidal evidence for ocean normal modes. In : Parker, B. (Ed.), *Tidal hydrodynamics*. John Wiley & Sons, Inc., Ch. 1, pp. 13–26.
- Platzman, G., Curtis, G., Hansen, K., Slater, R., 1981. Normal modes of the World Ocean. Part 2 : Description of modes in the period range 8 to 80 hours. *Journal of Physical Oceanography*. 11 (5), 579–603.
- Prinsenbergh, S., 1982. Time variability of physical oceanographic parameters in Hudson Bay. *Naturaliste Canadien*. 109 (4), 685–700.

- Prinsenberg, S., 1986. The circulation pattern and current structure of Hudson Bay. In : Martini, I. (Ed.), Canadian Inland Seas. Elsevier oceanography series, pp. 187–203.
- Prinsenberg, S., 1988a. Damping and phase advance of the tide in western Hudson Bay by the annual ice cover. *Journal of Physical Oceanography*. 18 (11), 1744–1751.
- Prinsenberg, S., 1988b. Ice-cover and ice-ridge contributions to the freshwater contents of Hudson Bay and Foxe Basin. *Arctic*. 41 (1), 6–11.
- Prinsenberg, S., Freeman, N., 1986. Tidal heights and currents in Hudson Bay and James Bay. In : Martini, I. (Ed.), Canadian Inland Seas. Elsevier oceanography series, pp. 205–216.
- Prinsenberg, S., Hamilton, J., March 2005. Monitoring the volume, freshwater and heat fluxes passing through Lancaster Sound in the canadian arctic archipelago. *Atmosphere-Ocean*. 43 (1), 1–22.
- Provost, C., Lyard, F., 1997. Energetics of the  $M_2$  barotropic ocean tides : an estimate of bottom friction dissipation from a hydrodynamic model. *Progress in Oceanography*. 40 (1-4), 37–52.
- Ramming, H., Kowalik, Z., 1980. Numerical modelling of marine hydrodynamics : applications to dynamic physical processes. Elsevier.
- Rao, D., 1966. Free gravitational oscillations in rotating rectangular basins. *Journal of fluid mechanics* 25, 523–555.
- Rao, D., Mortimer, C., Schwab, D., 1976. Surface normal modes of Lake Michigan : calculations compared with spectra of observed water level fluctuations. *J. Phys. Oceanogr.* 6 (4), 575–588.
- Rao, D., Schwab, D., 1976. Two dimensional normal modes in arbitrary enclosed basins on a rotating earth : application to lakes Ontario and Superior. *Philosophical Transactions of the Royal Society A* 281, 63–96.
- Rheem, C., Yamaguchi, H., Matsuzawa, T., 2001. Application of a new sea ice dynamic model, DMDF model, for the prediction of pack ice motion in the whole Okhotsk Sea. Tech. rep., University of Tokyo.

- Rodriguez, J., 1984. On the calculation of resonance oscillations of a World Ocean's finite difference model by means of the Lanczos method. Tech. Rep. 27, Mitt. Inst. Meereskd. Univ. Hamburg.
- Sanchez, B., Morrow, D., 1993. Normal modes of the World's Oceans : a numerical investigation using Proudman functions. Tech. rep., NASA memorandum 104587.
- Saucier, F., Senneville, S., Prinsenber, S., Roy, F., Smith, G., Gachon, P., Caya, D., Laprise, R., September 2004a. Modelling the sea ice-ocean seasonal cycle in Hudson Bay, Foxe Basin and Hudson Strait, Canada. *Climate Dynamics* 23 (3-4), 303–326.
- Saucier, F., Starr, M., Harvey, M., Therriault, J., 2004b. Expédition MERICA 2003 : Suivi et étude du climat et de la productivité de la baie d'Hudson. *Nat. Can.* 128, 108–110.
- Smith, W., Sandwell, D., 1997. Global sea floor topography from satellite altimetry and ship depth soundings. *Science* 277, 1956–1962.
- Sutherland, G., Garrett, C., Foreman, M., July 2005. Tidal resonance in Juan de Fuca Strait and the Strait of Georgia. *J. Phys. Oceanogr.* 35 (7), 1279–1286.
- Taylor, G., 1920. Tidal oscillations in gulfs and rectangular basins. *Proc. Lond. Math. Soc.* 20, 148–181.
- Wright, D., Greenberg, D., Majaess, F., 1987. The influence of bays on adjusted sea level over adjacent shelves with application to the Labrador shelf. *Journal of Geophysical Research. C. Oceans.* 92 (C13), 14610–4620.
- Zubov, N., 1945. The icing of the Arctic. Tech. rep., Izdatel'stvo Glavsermorputi (Moscow).